This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

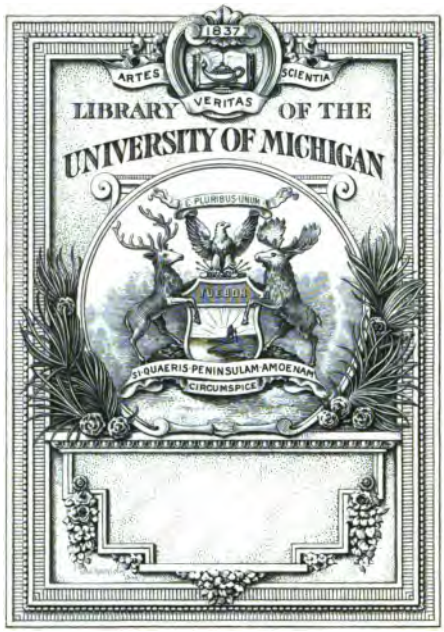
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

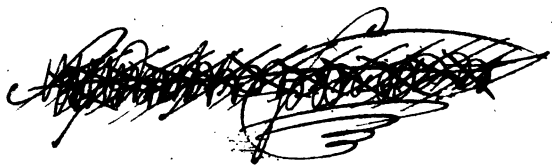
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

QA
33
.099m
1736



L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION,

EXPLIQUÉ ET DEMONTRÉ d'une maniere courte & facile, & augmenté d'un Traité de la diviſion des Champs.

Par M. OZANAM, de l'Académie Royale des Sciences.

Derniere édition, corrigée & augmentée.

A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT,
au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image Nôtre-Dame.

M. DCC. XXXVI.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.

Mgr. Edmond Lacoste.
C. R. D.

AU LECTEUR.

LES *Uſages du Compas de Proportion étans dans un tres-grand nombre, je me ſuis propoſé de vous donner ſeulement icy*, Mon cher Lecteur, *ceux qui m'ont ſemblé les plus utiles & les plus generaux, afin que par leur moyen vous puiſſiez facilement trouver les autres de vous-même, ſur tout quand vous aurez bien compris les démonſtrations de ceux que je prétens enſeigner icy le plus briévement qu'il me ſera poſſible. Ainſi je me ſuis contenté de mettre ſeulement dans cet Inſtrument, d'un côté* la Ligne des Parties égales, *pour*

29 Mar. 1752
Rec. 11-1-29
370912

pouvoir diviſer une Ligne droite ſelon une raiſon donnée : La Ligne des Plans, *pour pouvoir augmenter & diminuer un Plan ſelon une raiſon donnée* : & la Ligne des Polygones, *pour pouvoir inſcrire dans un Cercle un Polygone regulier; & de l'autre côté*, la Ligne des Cordes, *pour la meſure des Angles* : La Ligne des Solides, *pour pouvoir augmenter & diminuer un Solide ſelon une raiſon donnée*; & la Ligne des Métaux, *pour pouvoir connoître la proportion que les ſix Métaux ont entr'eux. Cette Ligne des Métaux avoit été négligée dans les Editions précédentes, mais on l'a inſerée dans celle-cy, pour n'y rien laiſſer à deſirer : C'eſt auſſi dans cette vüe qu'on a ajouté dans le courant du Livre des démonſtrations aux endroits où il en étoit beſoin.*

DE L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

LE Compas de Proportion eſt un Inſtrument de Mathematique, dont on peut ſe ſervir tres-commodément pour réſoudre promptement & facilement les Problêmes les plus utiles & les plus neceſſaires dans toutes les parties des Mathematiques, & principalement dans la Géometrie pratique, tant ſur le papier que ſur le terrain.

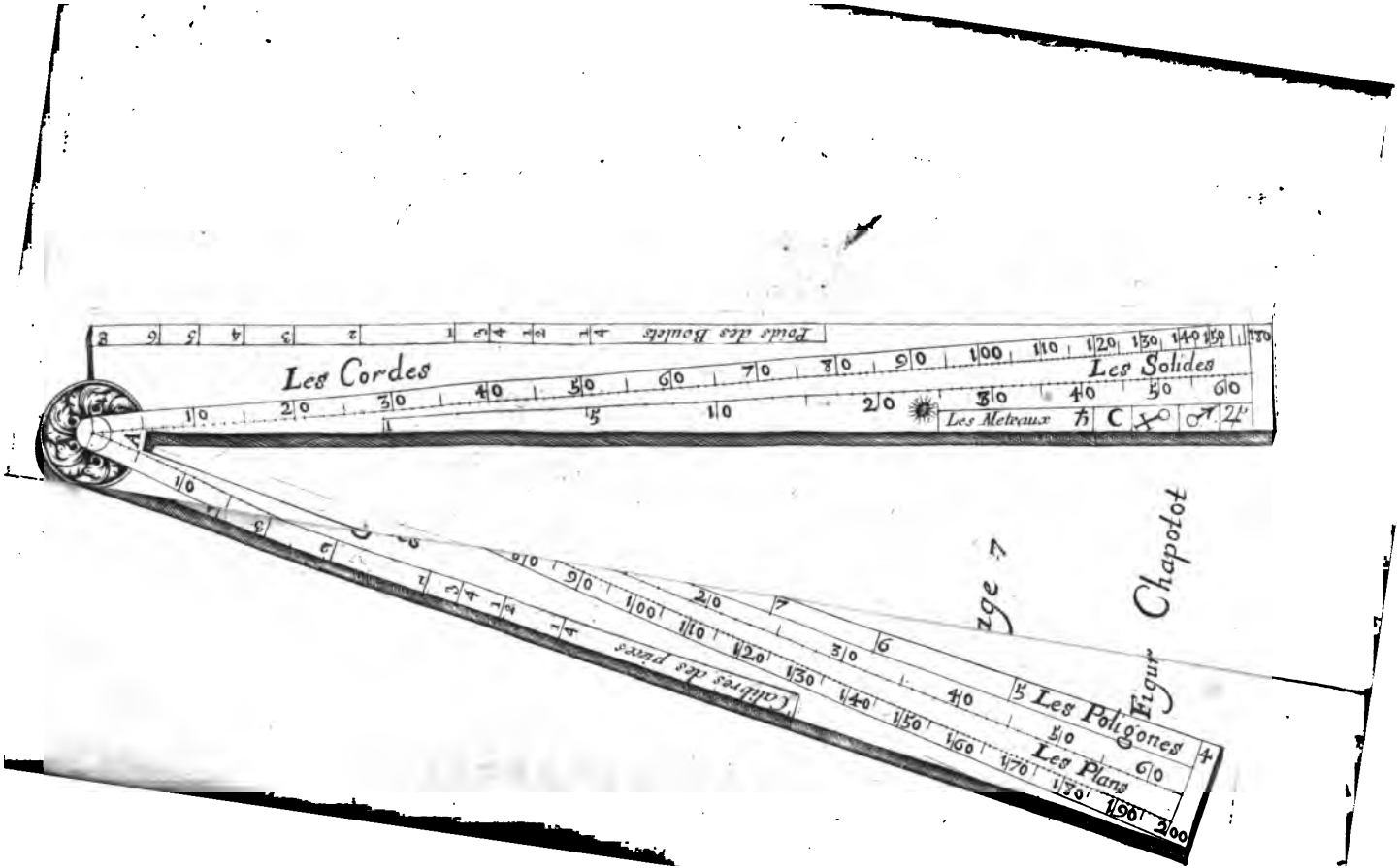
Bien que la conſtruction de cet Inſtrument ne ſoit pas inconnuë aux Ouvriers qui travaillent aux Inſtrumens de Mathematique ; neanmoins je ne laiſſeray pas de l'enſeigner icy briévement pour les Lignes que nous nous ſommes propoſées d'y mettre, ſçavoir pour les Lignes *des Parties égales*, *des Plans*, *des Polygones*, *des Cordes*, *des Solides*, & *des Métaux* ; étant facile à leur imitation d'y ajoûter les

autres lignes, dont on peut avoir beſoin dans la pratique, comme *la Ligne des Tangentes*, pour la deſcription des Cadrans Solaires, &c.

Conſtruction du Compas de Proportion.

AYant déterminé la longueur du Compas de proportion, que vous voulez conſtruire, comme de ſix pouces, ce qui eſt le plus ordinaire, & la largeur, comme de ſix lignes; preparez deux Regles de letton, ou de quelqu'autre matiere ſolide, ayant cette même longueur & cette même largeur, pour les jambes de vôtre Compas, leſquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extremitez, que l'on doit pour cette fin joindre enſemble par le moyen d'une charniere, enſorte que le Compas de proportion ſe puiſſe fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement, qui ſoit autant égal & uniforme qu'il ſera poſſible, pour s'en pouvoir ſervir plus commodément.

Le centre de cette charniere ſera pris pour le centre du Compas de proportion, comme A, duquel on doit tirer deſſus chaque jambe de côté & d'autre toutes les lignes qu'on veut ajoûter au Compas de proportion, pour ſon uſage, & premierement *la Ligne des Parties égales*, ainſi appellée, parce qu'elle eſt diviſée en un certain nombre de parties égales, tel que l'on veut, & le plus grand ſera le meilleur, afin que l'uſage en ſoit plus univerſel. Ce nombre eſt ordinairement 200, dans une longueur de ſix pouces, & bien que la diviſion de cette ligne en 200 parties égales ſoit facile, neanmoins pour ne rien laiſſer à deviner, je diray icy en peu de mots la maniere de faire cette diviſion.


Les Cordes
Les Solides
Les Meteaux
Les Polygones
Les Plans
Figur
Chapotot

La longueur de vôtre ligne étant déterminée ſur chaque jambe, diviſez-la depuis le centre du Compas de proportion juſqu'à ſon extremité, en deux parties égales, dont chacune vaudra 100. Diviſez encore chacune de ces deux parties égales en deux autres parties égales, dont chacune vaudra 50. Diviſez enſuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales, & chacune de ces nouvelles parties égales en cinq parties égales, & enfin chacune de ces dernieres parties égales encore en cinq parties égales, & la Ligne propoſée ſe trouvera diviſée en ſes 200 parties égales, que vous ſeparerez de cinq en cinq par de petites lignes, auſquelles vous ajoûterez des chifres de 10, en 10 ſeulement, en les comptant depuis le centre A, juſqu'à l'autre extremité, où le nombre de 200 ſe trouvera. *Parties égales.*

Proche la Ligne des parties égales, on pourra ajoûter ſur la même ſurface du Compas de proportion *la Ligne des Plans*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez homologues d'un certain nombre de Plans ſemblables multiples du premier & plus petit par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre eſt ordinairement 64, dans une longueur de ſix pouces, telle que nous l'avons icy ſuppoſée, ſi bien que l'extremité de cette ligne repreſente le côté du 64e Plan, c'eſt-à-dire d'un Plan 64 fois plus grand qu'un autre Plan ſemblable, dont le côté homologue eſt égal à la 8e partie de toute la ligne des Plans, parce que la Racine quarrée de 64 eſt 8, & c'eſt pour cela qu'on a choiſi ce nombre quarré 64, afin que ſa Racine quarrée 8 étant exacte, on ait auſſi exactement le côté homologue du premier & du plus petit Plan ſemblable, parce que ce côté eſt égal à la 8e partie du côté homologue du 64e *Plans.*

Plan, puiſque la Racine quarrée de 64 eſt 8, & que les Plans ſemblables ſont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues, par 20. 6.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Plan, & par ſon moyen les côtez homologues de tous les autres Plans ſemblables, doubles, triples, quadruples, & ainſi enſuite juſqu'au 64e, & plus grand Plan, diviſez à part le côté de ce plus grand Plan, ou la ligne des Plans en un certain nombre de parties égales, qui ſoit diviſible par la Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le nombre le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui ſera facile dans une longueur de ſix pouces; & diviſez ce nombre 1000, par la même Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du côté du premier Plan. C'eſt pourquoy ſi l'on porte 125 parties ſur la ligne des Plans depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier Plan, par le moyen duquel on trouvera aiſément les longueurs des côtez homologues des autres Plans ſemblables multiples; comme ſi on veut trouver le côté homologue d'un Plan double, on multipliera par 2, le quarré 15625, du nombre 125, de parties du côté du premier Plan, & on prendra la Racine quarrée du produit 31250, laquelle donnera environ 177 parties pour le côté homologue du Plan double: C'eſt pourquoy ſi on porte 177 parties ſur la Ligne des Plans depuis le centre A, on aura un ſecond point, qui terminera la longueur du côté du ſecond Plan: Ainſi des autres.

C'eſt de cette maniere que nous avons ſupputé la Table ſuivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Plans ſemblables,

doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, ou du grand de 1000 parties.

1	125	17	515	33	718	49	875
2	177	18	530	34	729	50	884
3	216	19	545	35	739	51	892
4	250	20	559	36	750	52	901
5	279	21	573	37	760	53	910
6	306	22	586	38	770	54	918
7	330	23	599	39	780	55	927
8	353	24	612	40	790	56	935
9	375	25	625	41	800	57	944
10	395	26	637	42	810	58	952
11	414	27	650	43	819	59	960
12	433	28	661	44	829	60	968
13	450	29	673	45	839	61	976
14	467	30	684	46	848	62	984
15	484	31	696	47	857	63	992
16	500	32	707	48	866	64	1000

Cette Table ſe peut ſupputer par une autre maniere, qui eſt plus facile que la precedente, parce qu'elle peut ſervir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Plan que 64, lors que ce nombre ne ſera pas quarré, & qu'il ne diviſera pas exactement le quarré du nombre des parties du côté du même plus grand Plan, ce qui empêchera le côté du premier Plan d'être exact, & de pouvoir s'en ſervir pour trouver commodement les côtez homologues des Plans ſemblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette ſorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme ſoit le plus grand Plan, comme icy 64, le ſecond ſoit le Plan ſemblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Plan quintuple du plus petit, & le troiſiéme ſoit le quarré du nombre des parties du côté du plus grand Plan, comme icy 1000000, & la Racine quarrée du quatriéme terme 78155, donnera environ 279, parties pour le côté homologue du Plan quintuple, comme il eſt évident par 20. 6. Ainſi des autres.

Polygones. Enfin proche la Ligne des Plans, on pourra ajoûter *la Ligne des Polygones*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez d'un certain nombre de Polygones reguliers inſcrits dans un même cercle, le *Quarré* y étant compris, & non le *Triangle*, pour n'être pas d'un grand uſage. Ce nombre eſt ordinairement 8, en commençant depuis le *Quarré* juſqu'au *Dodecagone*, les autres Polygones n'étant pas d'un ſi grand uſage, parce que les Polygones reguliers ne ſervent ordinairement que pour la fortification des Places regulieres, & qu'il ſe trouve rarement une Place reguliere de plus de douze Baſtions.

Puiſque les côtez des Polygones reguliers inſcrits dans un même cercle diminuent à meſure qu'ils ont plus de côtez, il s'enſuit que le côté du Quarré eſt le plus grand de tous, & que par conſequent on le doit faire égal à la longueur de la ligne des Polygones, que nous avons ſuppoſée de ſix pouces, en la prenant depuis le centre A.

Ayant ainſi déterminé la longueur du côté du Quarré, on le diviſera en tel nombre de parties égales que l'on voudra, & le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000, pour trouver dans ces parties la

valeur des côtez des autres Polygones, & premierement le côté de l'*Exagone*, ou le Rayon du cercle commun à tous ces Polygones, ce qui ſera facile, parce que ce Rayon eſt le côté d'un triangle iſoſcele rectangle, dont l'hipotenuſe eſt égale au côté du Quarré. C'eſt pourquoy ſi on multiplie ce côté que nous avons ſuppoſé de 1000 parties, par luy-même, on aura 1000000 pour ſon quarré, dont la moitié 500000 ſera par conſequent le quarré du Rayon, par 47. 1. C'eſt pourquoy ſi on prend la Racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le Rayon, ou pour le côté de l'Exagone, que l'on pourra auſſi trouver par cette analogie :

Comme le Sinus Total	100000
Au côté du Quarré	1000
Ainſi le Sinus des 45 degrez	70710
Au côté de l'Exagone	707

Par le moyen du côté de l'Exagone ainſi trouvé, on trouvera les côtez du tel autre Polygone qu'on voudra, par cette analogie :

Comme le Sinus Total,
Au double du côté de l'Exagone :
Ainſi le Sinus de la moitié de l'angle du centre du Polygone,
Au côté du Polygone qu'on cherche.

C'eſt de cette maniere que nous avons conſtruit la Table ſuivante, qui montre la quantité des côtez des Polygones reguliers depuis le *Quarré* juſqu'au *Dodecagone*, & il ſera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les Polygones de plus de côtez, & par ſon moyen de marquer les côtez ſur la ligne des Polygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A ſur la même ligne des Polygones. Cela eſt trop clair, ſans qu'il

ſoit beſoin d'en donner un exemple particulier, & c'eſt pour cela auſſi que nous ne nous ſommes pas arrêté à donner la démonſtration des deux analogies precédentes.

Polygones.	*côtez*
Quarré.	1000
Pentagone.	831
Exagone.	707
Eptagone.	613
Octogone.	540
Enneagone.	484
Decagone.	437
Endecagone.	398
Dodecagone.	366

Il ne reſte plus qu'à vous enſeigner la maniere de mettre de l'autre côté, c'eſt-à-dire ſur l'autre ſurface de chaque jambe du Compas de Proportion, les lignes des Cordes, des Solides & des Métaux, *Cordes.* & premierement *la ligne des Cordes* en cette ſorte.

Ayant tiré du centre A, ſur chaque jambe du Compas de proportion, la ligne des Cordes, ainſi appellée, parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrez du demi-cercle, qui a pour diametre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrez de ce demi-cercle diviſé exactement en ſes 180 degrez, en les prenant depuis l'une des deux extremitez du diametre, depuis le centre A,

ſur chaque ligne des Cordes, & y marquez autant de points, qui repreſenteront les degrez du demi-cercle : Separez ces points ou degrez de cinq en cinq par de petites lignes, pour les pouvoir compter plus facilement, & y ajoûtez les chifres de 10 en 10, en commençant à compter depuis le centre A juſqu'à l'extremité du Compas de proportion, où le 180e degré ſe trouvera.

On pourroit auſſi marquer les degrez ſur cette ligne des Cordes, par le moyen d'une Table qui ſuppoſeroit la longueur de la ligne des Cordes diviſée en 1000 parties égales ; mais comme cette maniere ne me ſemble pas ſi ſimple, ni ſi exacte que la precedente, je n'en parleray pas davantage.

Proche la ligne des Cordes, on pourra mettre *la ligne des Solides*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend les côtez homologues d'un certain nombre de Solides ſemblables multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre eſt ordinairement 64, dans une longueur de ſix pouces, telle que nous l'avons icy ſuppoſée, ſi bien que l'extremité de cette ligne repreſente le côté du 64e Solide, c'eſt-à-dire d'un Solide 64 fois plus grand qu'un autre Solide ſemblable, dont le côté homologue eſt égal à la 4 partie de toute la ligne des Solides, parce que la Racine cubique de 64, eſt 4, & c'eſt pour cela que l'on a choiſi ce nombre cubique 64, afin que ſa Racine cubique 4, étant exacte, on ait auſſi exactement le côté homologue du premier & plus petit Solide ſemblable, parce que ce côté eſt égal à la 4e partie du côté homologue du 64e Solide, puiſque la Racine cubique de 64 eſt 4, & que les Solides ſemblables ſont comme les cubes de leurs côtez homologues, par 23. 11. *Solides.*

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Solide, par ſon moyen les côtez homologues de tous les autres Solides, ſemblables, doubles, triples, quadruples, & ainſi en ſuite juſques au 64e & plus grand Solide, diviſez à part le côté de ce plus grand Solide, ou la ligne des Solides, en un certain nombre de parties égales, qui ſoit diviſible par la Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le nombre le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000 parties égales, & diviſez ce nombre 1000, par la même Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté du premier Solide, c'eſt pourquoy ſi l'on porte 250 parties ſur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un point, qui terminera la longueur du côté homologue du premier Solide, par le moyen duquel on trouvera aiſément les longueurs des côtez homologues des autres Solides ſemblables multiples; comme ſi on veut trouver le côté homologue d'un Solide double, on multipliera par 2 le cube 15625000 du nombre 250 des parties du côté du premier Solide, & on prendra la Racine cubique du produit 31250000, laquelle donnera environ 315 parties pour le côté homologue du Solide double. C'eſt pourquoy ſi on porte 315 parties ſur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un ſecond point, qui terminera le côté du ſecond ſolide. Ainſi des autres.

C'eſt de cette maniere qu'on a ſupputé la Table ſuivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Solides ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125 ou du plus grand de 1000 parties.

1	250	17	643	33	802	49	914
2	315	18	655	34	810	50	921
3	360	19	667	35	818	51	927
4	397	20	678	36	825	52	933
5	427	21	689	37	833	53	939
6	454	22	700	38	840	54	945
7	478	23	711	39	848	55	951
8	500	24	721	40	855	56	956
9	520	25	731	41	862	57	962
10	538	26	740	42	869	58	967
11	556	27	750	43	876	59	973
12	572	28	759	44	882	60	978
13	588	29	768	45	889	61	984
14	602	30	777	46	896	62	989
15	616	31	785	47	902	63	995
16	630	32	794	48	908	64	1000

Cette Table ſe peut ſupputer par une autre maniere, qui eſt plus facile que la precedente, parce qu'elle peut ſervir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Solide que 64, lors que ce nombre ne ſera pas cubique, & qu'il ne diviſera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand Solide, ce qui empêchera le côté du premier Solide d'être exact & de pouvoir s'en ſervir pour trouver commodement les côtez homologues des Solide ſemblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette ſorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme ſoit le plus grand Solide, comme icy

64. le ſecond ſoit le Solide ſemblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Solide quintuple du plus petit, & le troiſiéme ſoit le cube du nombre des parties du côté du plus grand Solide, comme icy 1000000000, & la Racine cubique du quatriéme terme 78125000, donnera environ 427 parties pour le côté homologue du Solide quintuple, comme il eſt évident par 23. 11. Ainſi des autres.

Métaux. A côté de la Ligne des Solides, l'on marque ſur les jambes du Compas de Propotion la *Ligne des Métaux*: On les repréſente par des caracteres chymiques, comme on le verra ci-aprés. La diviſion de cette Ligne ſe fait ainſi: L'Etain, le moins peſant des ſix Métaux ſe place au bout de chaque jambe du Compas, à une diſtance du centre égale à la longueur de toute l'Echelle de 1000 parties; les autres Métaux ſe marquent enſuite en ſe rapprochant du centre, chacun ſuivant le nombre des Parties qui leur convient, pris ſur la même Echelle.

DEFINITION.

La grandeur d'un Corps ou l'eſpace qu'il occupe, s'appelle le Volume de ce Corps.

THEOREME.

LE poids d'un corps eſt au poids d'un autre corps, comme le produit de ſon volume par la peſanteur ſpecifique, eſt au produit du volume & de la peſanteur ſpecifique de l'autre; c'eſt-à-dire que ſi les deux corps ſont A & B, que le poids du premier ſoit P, ſon volume v, & ſa peſanteur ſpecifique m, & que le poids du ſecond ſoit D, ſon volume h, & ſa peſanteur

pesanteur spécifique n, que l'on aura toûjours P, D :: u m, h n.

Démonstration.

Si le corps A est trois fois plus gros que le corps B, l'on pourra faire avec A trois corps de même volume que B, & si la matiere qui compose le corps A est trois ou quatre fois plus pesante que la pesanteur spécifique de celle qui compose B; chacun des trois volumes que A a produits, sera trois ou quatre fois plus pesant que B; & les trois ensemble, c'est-à-dire A, seront par consequent 9 fois ou 12 fois plus pesant que B: D'où il est clair que la pesanteur de A, est à celle de B, comme le produit de son volume par sa pesanteur spécifique, est au produit du volume de B, par sa gravité spécifique; Donc que P, D :: u m, h n.

COROLLAIRE I.

Il suit de-là premierement, que si les volumes sont égaux, l'on aura P, D :: m, n; D'où l'on voit que pour avoir le rapport des pesanteurs spécifiques des deux corps, qu'il faut les peser dans l'état de l'égalité de volume: Secondement, que si les gravitez spécifiques de ces corps sont les mêmes, c'est-à-dire si m = n on aura P, D :: u, h. ce qui montre qu'alors les poids sont comme les volumes: Troisiémement si P = D, u m sera égal à h n, par consequent nous aurons toûjours dans ce cas de l'égalité de volume de deux corps, que leur gravité spécifique sont en raison réciproque de leurs volumes: D'où il suit que connoissant le rapport de la pesanteur spécifique de deux corps, le volume de l'un, que l'on trouvera le volume de l'autre, étant le quatriéme terme d'une proportion: Par exemple si

l'on veut ſçavoir le volume d'un corps de Fer égal en peſanteur à un corps d'étain dont on connoît le volume ou le diametre, que nous ſuppoſons de 1000 parties, & que l'on ſçache que leur gravité ſpecifique ſont entre elles comme 558 liv. eſt à 516 liv. 2. onces, l'on fera cette proportion 558 liv. 516 liv. 2. onces : : le cube de 1000 eſt à un quatriéme terme qui ſera le cube du diametre du corps de Fer, que l'on trouvera, en extrayant la racine cube de 974 parties ou un peu moins de celle dont eſt formé le diametre de la boule d'étain.

De la ligne des Métaux. La diviſion de la ligne des Métaux, eſt fondée ſur le Corollaire précedent, comme on le verra, c'eſt ce qui en fera la démonſtration : Elle ſe trace à côté de celle des ſolides ; elle contient ſix Métaux que les Chimiſtes déſignent par des caracteres comme il eſt ici marqué : SÇAVOIR :

OR, par..... ☉
PLOMB..... ♄
ARGENT..... ☽
CUIVRE..... ♀
FER..... ♂
ETAIN..... ♃

Comme l'étain eſt le moins peſant des ſix Métaux, il eſt clair que de tous les corps ſemblables que l'on feroit de ces differens Métaux, celui d'étain auroit le plus grand volume & par conſequent le plus grand diametre s'ils ſont ſuppoſez ſpheriques ; c'eſt pour cela qu'il eſt déſigné au 64e ſolide : D'où l'on voit que ſon diametre eſt exprimé par la longüeur d'une des branches du compas de proportion & qu'il eſt de 1000 parties ayant pour les ſolides diviſé ainſi

cette branche. Cela posé, il sera aisé en se servant des rapports spécifiques des cinq autres Métaux à l'étain (que l'on a trouvé en pesant des volumes égaux de chacun de ces six Métaux, conformément au Corol. I. Nombre I. ainsi qu'ils sont cy-après marquez) & du cube de 1000 parties, diametre de l'étain qui en exprime le volume, de trouver les diametres des cinq autres Métaux de même poids que celui d'étain, en agissant comme au Nombre III. du Corol. I. C'est ainsi que l'on a trouvé les diametres de ces Métaux dans la Table suivante.

Poids d'un pied cube de chacun des six Métaux.	DIAMETRE En petites parties des Corps de même poids, faits des six Métaux.
Metaux.	
Or, ... 1326 *liv.* 4. *onces*	*Or*, ... 730.
Plomb, ... 802. 2.	*Plomb*, ... 863.
Argent, ... 720. 12.	*Argent*, ... 895.
Cuivre, ... 627. 12.	*Cuivre*, ... 937.
Fer, ... 558. 0.	*Fer*, ... 974.
Etain, ... 516. 2.	*Etain*, ... 1000.

Si l'on veut éviter la peine de tirer la racine-cube en cherchant les diametres des corps de même poids, il faudra au lieu de se servir comme on a fait Corol. I. nomb. 5. du cube de 1000. se servir du 64e solide pour troisiéme terme de la proportion, & dire 558. liv. est à 516. 2. onces, comme 64. est à un quatriéme terme qui sera 59e. solide avec un petit reste; ensuite chercher son diametre dans la Table des Solides qui est de 973 parties, au lieu duquel l'on prendra 974 à cause du petit reste.

La démonstration de ceci paroîtra évidente si l'on fait attention que les solides 64 & 59 sont en

même raiſon que le cube de 1000. avec le cube que l'on trouve par le nombre 3. du Corol. I. à cauſe que 1000. eſt le diametre du 64e. ſolide.

Si l'on prend maintenant ſur une Echelle diviſée en 1000 parties égales & de la longueur d'une des branches du Compas de proportion, les longueurs des diametres marquez ci-deſſus des ſix Métaux, & que l'on les place à compter du centre de la charniere ſur la ligne des Métaux avec leur caractere, il eſt clair que cette ligne ſera diviſée comme elle doit l'être.

De la ligne qui contient le poids des Boulets. Cette ligne ſe trace ſur le Compas de proportion comme on la voit marquée dans ſa Figure. Sa diviſion ſe fait en ouvrant le Compas de proportion de trois pouces au point où ſe trouve marqué le 4e ſolide, l'experience ayant fait connoître qu'un boulet de fer fondu de trois pouces de diametre peſe quatre livres. Les lignes du Compas de proportion étant ainſi ouvertes, ſi l'on prend toutes les ouvertures des ſolides depuis 1. juſqu'à 64, & que l'on les place ſur la ligne dont il s'agit à compter toûjours de l'une de ſes extrêmitez, & que l'on y marque pour la 1re. la 2e. ouverture, ainſi de ſuite 1, 2, 3, liv. &c. cette ligne ſe trouvera diviſée, à la reſerve des parties de la livre que l'on y marquera en tranſportant (aprés avoir fermé le Compas de proportion enſorte que l'ouverture du ſolide 4 ſoit égale au diametre du boulet d'une livre) l'ouverture du premier ſolide pour $\frac{1}{4}$ de livre, celle du ſecond pour $\frac{1}{2}$ & celle du troiſiéme pour $\frac{3}{4}$

De la ligne qui ſert à connoître le Si l'on ajoûte aux diviſions de la ligne du poids des boulets pour le vent ſelon qu'ils ſont plus peſants, une ligne à celle de 6 livres, 2 à celle de 12

& 3, ou 4, à celle de 24, &c. & que l'on place toutes les longueurs de ces diviſions ainſi augmentées ſur la ligne du calibre des pieces à compter de l'une de ſes extrêmitez, & que l'on y marque les chiffres 1, 2, 3 & 4 juſqu'à 64, elle ſe trouvera diviſée. *calibre des pieces de canon.*

La démonſtration de la diviſion de ces lignes ſera évidente ſi l'on fait attention qu'ayant ouvert le Compas de proportion de 3 pouces au quatriéme ſolide, toutes les ouvertures que l'on a priſes ſont en même raiſon que les diametres des ſolides; par conſéquent elles ſont auſſi des diametres de ſolides ou de Boulets depuis 1. juſqu'à 64. & comme l'ouverture au quatriéme ſolide eſt le diametre d'un Boulet de 4 livres, il s'enſuit que les autres ouvertures ſont des diametres de Boulets de 5, 6, 7. livres, &c.

L'on peut encore trouver en faiſant une proportion, les diametres des Boulets; par exemple, ſi l'on veut avoir celui de 32 lignes, il faut dire 4 livres eſt à 32 livres, comme 27 pouces cube diametre du Boulet de 4 liv. eſt à un quatriéme terme dont la racine cube qui ſera de 6 pouces, donnera le diametre que l'on cherche: ce qui eſt évident par le Nomb. II. du Corol. I.

Preuve des diviſions du Compas de Proportion.

POur connoître premierement ſi la Ligne des Parties égales eſt bien diviſée, il n'y a qu'à y prendre avec un Compas ordinaire un nombre tel que l'on voudra de ces parties égales, en commençant par où l'on trouvera à propos, & porter l'ouverture du Compas ainſi ouvert ſur la même ligne

des Parties égales, en mettant une pointe du Compas ſur tel point de diviſion que l'on voudra : car ſi cette Ligne des Parties égales eſt bien diviſée, l'autre pointe du Compas étant tournée de part & d'autre tombera préciſément ſur un autre point de diviſion, & les deux pointes du Compas comprendront le même nombre de parties égales.

Cordes.

On ne peut pas appliquer la même maniere aux diviſions de la ligne des Cordes, parce que ces diviſions ne ſont pas égales, étant plus ſerrées vers la fin que vers le commencement, c'eſt-à-dire que vers le centre du Compas de proportion : ce que la nature du cercle ne permet pas d'être autrement. Ainſi pour connoître ſi la ligne des Cordes eſt bien diviſée, faites ainſi.

Choiſiſſez à volonté ſur la ligne des cordes deux points également éloignez du point marqué 120 l'un au-deſſus, & l'autre au-deſſous, par exemple les deux points marquez 100, & 140, qui en ſont éloignez chacun de 20 degrez, le premier par défaut, & le deuxiéme par excez ; & prenez avec un Compas commun la diſtance de ces deux points, laquelle, ſi la ligne des cordes eſt bien diviſée, ſera égale à la corde de 20 degrez, ou à la diſtance du point marqué 20 ſur la ligne des cordes au centre du Compas de Proportion.

C'eſt de la même façon que l'on connoîtra, que la diſtance des deux points marquez 150, 90, ſur la même ligne des cordes, eſt égal à la corde de 30 degrez, par leſquels 150 & 90 different de 120 : & que pareillement la diſtance des deux points 155, 85, eſt égale à la corde de 35 degrez, par leſquels 155, & 85, different de 120. Ainſi des autres, juſqu'aux deux points marquez 180, & 60.

Cette pratique eſt fondée ſur un Theoréme,

que j'ay démontré ailleurs, ſçavoir que *la difference des Sinus de deux arcs également éloignez de 60 degrez eſt égale au Sinus de la difference entre l'un de ces deux arcs & 60 degrez.* D'où il ſuit en doublant, que *la difference des cordes de deux arcs également éloignez de 120 degrez eſt égale à la corde de la diſtance de l'un de ces deux arcs à 120 degrez.*

On peut par d'autres Theorémes éxaminer autrement la diviſion des Cordes. Ainſi pour connoître ſi les Cordes de 60, 80, 100, & 160 degrez, ſont bien marquées, on ſe ſervira de cet autre Theoréme qui nous apprend que *ces quatre cordes ſont proportionnelles*, parce que *les ſinus de* 30, 40, 50, *& 80 degrez ſont auſſi proportionels*, comme j'ay démontré pareillement ailleurs, &c.

Pour connoître ſi ſa Ligne des Plans eſt bien diviſée, prenez avec un Compas ordinaire la diſtance de quelque point que ce ſoit de cette ligne au centre du Compas de proportion, & portez cette diſtance depuis le même point de diviſion de l'autre côté ſur la même ligne des Plans : & ſi la diviſion en eſt juſte, vous rencontrerez un nombre de Plans quatre fois plus grand que celuy qui a été pris auparavant depuis le centre : & ſi l'on porte encore une fois la même ouverture du Compas, on tombera ſur un nombre de Plans neuf fois plus grand que celuy qui a été pris au commencement, parce que les Plans ſemblables ſont en raiſon doublée de celle de leurs côtez homologues, *par 20. 6.* *Plans.*

De même, pour connoître ſi la ligne des Solides eſt bien diviſée, l'on doit avec un Compas commun prendre la diſtance d'un point quelconque de diviſion de cette ligne au centre du Compas de proportion, & porter cette diſtance depuis le même point vers l'autre côté ſur la même ligne des *Solides.*

Solides : car ſi elle eſt bien diviſée, l'on rencontrera un nombre de Solides huit fois plus grand que celuy qui aura été pris, parce que les Solides ſemblables ſont en raiſon triplée de celle de leurs côtez homologues, *par* 33. 11.

Enfin pour connoître ſi la ligne des Polygones eſt bien diviſée, l'on prendra ſur cette ligne avec un Compas ordinaire, la diſtance du centre du Compas de proportion au point marqué 6, qui appartient à l'Exagone, dont l'angle du centre eſt de 60 degrez, & l'on portera cette diſtance, ou rayon de l'Exagone, depuis le point marqué 60 ſur une ligne des cordes, à l'autre point marqué 60 ſur l'autre ligne des cordes, en ouvrant pour cette fin les deux jambes du Compas de proportion, en telle ſorte que la diſtance de ces deux points marquez 60, ſoit égal au Rayon de l'Exagone, c'eſt-à-dire à la partie de la ligne des cordes entre le centre du Compas de proportion, & le point marqué 6.

Le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez avec un Compas commun ſur chaque ligne des cordes, la diſtance des deux points marquez 90, & la portez ſur la ligne des Polygones, en mettant une pointe du Compas au centre du Compas de proportion : & ſi cette ligne des Polygones eſt bien diviſée, l'autre pointe du Compas tombera preciſément ſur le point marqué 4, qui appartient au Quarré, dont l'angle du centre eſt de 90 degrez, c'eſt-à-dire que cette diſtance de 90 à 90 ſera égale au Rayon du Quarré.

De même, prenez avec un Compas commun ſur chaque ligne des cordes, la diſtance des deux points marquez 72, & la portez ſur la ligne des Polygones, en commençant depuis le centre du Compas de proportion ; car ſi cette ligne des Polygones eſt

bien diviſée, l'on rencontrera ſur la même ligne le point marqué 5, qui appartient au Pentagone regulier, où l'angle du centre eſt de 72 degrez. Ainſi des autres.

USAGE DE LA LIGNE DES PARTIES EGALES.

LA ligne des Parties égales ſert pour diviſer une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour luy ajoûter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra, pour tracer un Plan ſur le papier, pour ſervir d'Echelle à ce Plan, & y connoître la meſure de toutes ſes parties par rapport à une Ligne connuë, ce qui eſt d'une tres-grande utilité dans la Fortification, où l'on peut connoître ſans Trigonometrie, & ſans aucune Echelle particuliere, la quantité d'une Courtine, d'une Face, d'un Flanc, &c. Le côté interieur du Polygone, ou bien la Ligne de défenſe étant ſuppoſée d'une grandeur connuë, laquelle eſt d'environ 120 toiſes dans un Fort Royal.

PROBLEME I.

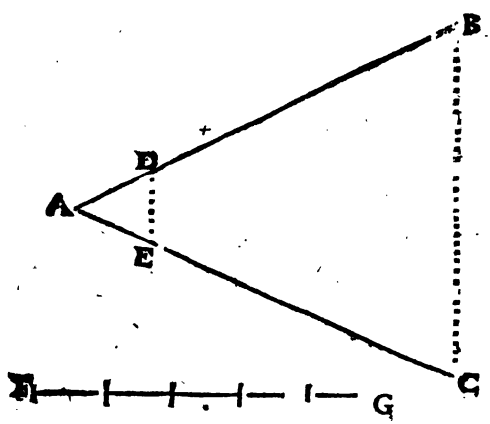
Diviſer une ligne donnée en autant de parties égales qu'on voudra.

POur diviſer une Ligne donnée en un nombre donné de parties égales, il en faut porter la

longueur ſur la ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre de part & d'autre, qui ſoit diviſible par le nombre donné, en ſorte que le Compas de proportion ſoit ouvert d'une telle maniere, que la diſtance de ce nombre dans chaque Ligne des parties égales, ſoit égale à la ligne donnée. Aprés quoy, le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, on prendra avec le Compas commun de côté & d'autre ſur la même Ligne des parties égales, la diſtance du nombre qui viendra en diviſant par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée ſur les parties égales, & cette diſtance diviſera la ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été propoſé.

Exemple.

Qu'il faille diviſer par exemple en cinq parties égales la Ligne donnée F G. Suppoſons que les



deux lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne

des parties égales du Compas de Proportion, en ſorte que A ſoit le centre, & les extremitez B, C, les points 200. Parce que ce nombre 200 eſt diviſible par 5, il pourra ſervir pour la diviſion de la Ligne propoſée F G, en cinq parties égales, ſçavoir en ouvrant le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance B C, de 200 à 200 ſoit égale à la Ligne propoſée F G, & en prenant la diſtance D E de 40 à 40, qui eſt la cinquiéme partie de 200, car je ſuppoſe que la marque 40 eſt en D & en E, & cette ouverture D E, diviſera la ligne propoſée F G, en cinq parties égales, comme il étoit propoſé, c'eſt-à-dire que la Ligne D E, ſera la cinquiéme partie de la Ligne donnée F G, ou de ſon égale B C.

Démonſtration.

Car à cauſe que les deux triangles iſoſceles A B C, A D E, ſont ſemblables, par *6. 6.* on connoît par *4. 6.* que les quatre lignes A D, A B, D E, B C, ſont proportionnelles. D'où il ſuit que comme A D eſt la cinquiéme partie de A B, parce que A D eſt de 40 parties, & A B de 200, auſſi la ligne D E eſt la cinquiéme partie de la ligne B C, ou F G, ſon égale. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Au lieu d'appliquer la longueur de la Ligne donnée F G, de 200 à 200, on l'auroit pû appliquer de 190 à 100, qui eſt un nombre diviſible par 5, & alors on auroit pris la diſtance de 20 à 20, qui eſt la cinquiéme partie de 100, pour avoir auſſi la cinquiéme partie de la Ligne propoſée F G; mais il

auroit falu ouvrir davantage le Compas de proportion, ce qui eſt moins commode dans la pratique, & c'eſt pour cela que nous nous ſommes ſervi du nombre 200, lequel étant plus éloigné du centre A, ne demande pas une ſi grande ouverture du Compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer ſur la Ligne des parties égales la longueur de la Ligne donnée FG, pour être trop grande, on en appliquera ſeulement la moitié, ou le tiers, pour en trouver la cinquiéme partie, comme il a été enſeigné, & le double ou le triple de cette partie ſera la cinquiéme partie de toute la Ligne propoſée FG. Il peut arriver d'autres cas, leſquels n'étant pas de grande conſequence, ne meritent pas que nous en parlions icy davantage.

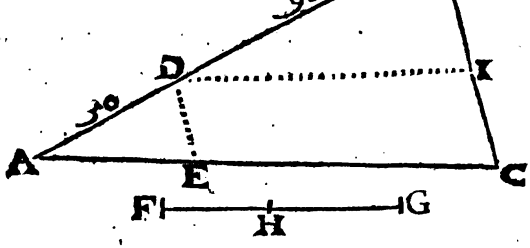
PROBLEME II.

Couper une Ligne donnée ſelon une raiſon donnée.

APpliquez la Ligne donnée ſur la Ligne des Parties égales de part & d'autre, enſorte que le Compas de proportion ſoit tellement ouvert, que la diſtance du nombre égal à la ſomme des deux termes de la raiſon donnée, pris de côté & d'autre ſur la Ligne des Parties égales, ſoit égale à la Ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez avec le Compas commun ſur chaque Ligne des Parties égales, la diſtance du nombre égal à l'un des deux termes de la raiſon donnée, pour la porter enſuite ſur la Ligne propoſée depuis l'une de ſes deux extremitez, & cette Ligne ſe trouvera coupée ſelon la raiſon donnée.

Exemple.

Qu'il faille diviſer la Ligne donnée F G, en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle des deux nombres donnez 50, 90. Suppoſons que les lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des parties égales du Compas de proportion, que le centre ſoit A, que les deux points B, C, également éloignez du centre A, ſoient les points marquez 140, qui eſt la ſomme des deux termes 50, 90, de la raiſon donnée, & que les deux points D, E, auſſi également éloignez du centre A, ſoient les points marquez 50, qui eſt l'un des deux nombres de la raiſon donnée. Ayant ouvert le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance B C, de 140 à 140, ſoit égale à la ligne donnée F G, prenez la diſtance D E de 50 à 50, & la portez ſur la ligne donnée F G, depuis ſon extremité F en H, & les deux parties F H, G H, ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez 50, 90.



Démonſtration.

Car ſi l'on tire par le point D, à la ligne A C, la

parallele D I, on aura C I, égale à D E, & par conſequent à F H, parce que l'on a fait F H, égale à D E : & à cauſe de B C, égale à F G, par la conſtruction, on aura B I, égale à G H ; & parce que A D eſt de 50 parties, & A B de 140, & par conſequent D B, de 90, & que par 2. 6. la raiſon des lignes C I, B I, eſt égale à celle des deux A D, D B, 50, 90, il s'enſuit que la raiſon des deux lignes F H, G H, égales aux deux C I, B I, eſt égale auſſi à celle des deux nombres donnez 50, 90. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux nombres donnez ſont trop petits, on les multipliera chacun par un même nombre tel qu'on voudra pour avoir leurs équimultiples, leſquels étant en même raiſon que les deux nombres donnez, pourront ſervir pour la ſolution du Probléme, pourvû que leur ſomme ne ſoit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne paſſe pas 200.

On fera tout le contraire, quand les deux nombres donnez ſeront trop grands, c'eſt-à-dire qu'on les diviſera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir deux autres nombres plus petits, dont on pourra ſe ſervir à la place des deux donnez, puiſqu'ils ſeront dans la même raiſon, comme étant ſemblables parties aliquotes des deux nombres donnez.

Il eſt évident que s'il falloit couper la ligne F G, en parties proportionnelles à plus que de deux nombres donnez, il faudroit ajoûter enſemble tous ces nombres donnez, pour avoir leur ſomme, & travailler comme il vient d'être enſeigné.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de diverſe eſpece, on les réduira en d'autres fractions de même dénomination, & en négligeant le dénominateur commun, on ſe ſervira des numerateurs à la place des fractions propoſées.

Enfin ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des nombres irrationnels, parexemple $\sqrt{5}$, & $\sqrt{3}$; on prendra par approximation les Racines de ces deux nombres irrationnels, ſçavoir 223, & 173, que l'on prendra pour les deux termes de la raiſon donnée.

PROBLEME III.

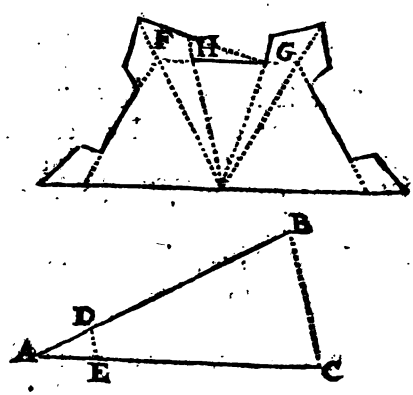
Etant données deux Lignes & les Parties égales de l'une, trouver les Parties égales de l'autre.

SI on applique la longueur de la ligne, dont les Parties égales ſont connuës, de côté & d'autre au nombre de ces Parties ſur la ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que l'on porte la longueur de l'autre ligne, ſur la même ligne de ces Parties égales, ſans changer l'ouverture du Compas de proportion, en ſorte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre; ce nombre ſera celuy des Parties égales qu'on cherche.

Exemple.

Que la ligne FG, ſoit par exemple le côté interieur d'un Polygone fortifié, & que ce côté étant ſuppoſé de 120 Parties égales, ou de 120 toiſes, il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de la Demi-gorge FH. Suppoſons comme à l'or-

dinaire, que les lignes A B, A C, ſoient chacune la ligne des Parties égales du Compas de proportion, que le centre ſoit A, & que les deux points B, C, ſoient les points marquez 120. Ayant ouvert le Compas de proportion, enſorte que la diſtance B C de 120 à 120, ſoit égale à la ligne donnée F G, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez avec le Compas commun la longueur de l'autre ligne donnée F H, ſur la ligne des parties égales, en ſorte que cette longueur réponde de côté & d'autre en deux points également éloignez du centre A, c'eſt-à-dire d'un même nombre des parties égales, comme D, E : & ſi ce nombre ſe rencontre par exemple 26, c'eſt-à-dire, ſi



chacune des deux lignes égales A D, A E, ſe trouve de 26 parties, on concluëra que la ligne F H, contient 26 parties ſemblables à celles dont F G, en comprend 120.

Démonſtration.

Car dans les deux triangles iſoſceles A B C, A D E

A D E, on connoît par 4. 6. que la raiſon des deux lignes, B C, D E, ou de leurs égales F G, F H, eſt égale à celle des deux A B, A D, ou des deux nombres 120, 26. C'eſt pourquoy la ligne F G, étant de 120 parties égales, il eſt de neceſſité que la ligne F H contienne 26 de ces même Parties. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

On pourra connoître de la même façon la quantité d'une Face, d'un Flanc, d'une Courtine, & de toutes les autres lignes d'un Polygone fortifié. Mais ſi la ligne F G ſe trouve trop grande pour pouvoir être appliquée ſur la ligne des Parties égales, on ſe ſervira de ſa moitié ou de ſon tiers, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre de la ligne D E, pour la ligne F H. Et ſi le nombre des parties ſuppoſées de la Ligne F G eſt trop grand, on ſe ſervira auſſi de la moitié ou du tiers de ce nombre, après quoy on prendra le double ou le triple du nombre des Parties égales que l'on trouvera pour la ligne F H, pour avoir en ce double, ou en ce triple, le veritable nombre des Parties égales de la même ligne F H.

PROBLEME IV.

Etant donnée une Ligne, & le nombre des Parties égales qu'elle contient, en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces parties.

AYant appliqué la longueur de la ligne donnée de côté & d'autre, au nombre des Parties éga-

les qu'elle contient, ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, portez la diſtance du nombre des Parties égales qu'on veut retrancher, priſe de part & d'autre ſur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainſi ouvert, ſur la ligne propoſée depuis l'une de ſes extremitez vers l'autre extremité, & le Probléme ſera reſolu.

Exemple.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille retrancher du côté interieur F G, que nous ſuppoſons de 120 toiſes, la ligne F H, de 26 toiſes, telle que doit être la Demi-gorge dans l'Exagone, ſelon nôtre Methode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la Fortification : Appliquez la ligne donnée F G, ſur chaque Ligne des Parties égales A B, A C, du Compas de proportion, de 120 à 120, enſorte que la diſtance B C, de 120 à 120, ſoit égale à la ligne propoſée F G ; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la diſtance D E de 26 à 26, ſur la ligne donnée F G, depuis ſon extremité F en H, & la ligne F H ſera de 26 parties égales dont la ligne F G en comprend 120, dont la demonſtration eſt tout-à-fait la même que celle du Probléme precedent.

SCOLIE.

Vous voyez par la pratique de ce Probleme & du precedent, que la Ligne des Parties égales du Compas de proportion peut tres-commodément ſervir d'Echelle pour quelque Plan que ce ſoit, pourvû que l'on ſçache la quantité d'un de ſes côtez, &

que l'on peut aiſément tracer un Plan ſur le papier, & le réduire en un volume plus grand ou plus petit de la maniere que l'on voudra. Cela eſt trop clair pour en parler davantage.

Je diray ſeulement que ſi la ligne F G eſt trop grande, on ſe ſervira de ſa moitié ou de ſon tiers, & on prendra le double ou le triple du nombre donné pour la ligne F H; Et que ſi le nombre des parties ſuppoſées de la ligne F G eſt trop grand, on ſe ſervira auſſi de la moitié ou du tiers de ce nombre, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre donné pour la ligne F H.

PROBLEME V.

Trouver une Ligne égale à la circonference d'un Cercle donné.

PUiſque le Diametre d'un Cercle eſt à ſa circonference, environ comme 100 eſt à 314, ou comme 50 eſt à 157, comme nous avons démontré dans nôtre *Geometrie Pratique*; Il s'enſuit que ſi on applique le Diametre du Cercle donné de 50 à 50, ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, on prenne ſur la même Ligne des Parties égales la diſtance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonference qu'on cherche.

SCOLIE.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le Compas de proportion, en portant la longueur du Diametre du cercle donné de 50 à 50 pour être trop grande, on le portera de 100 à 100, & alors la diſ-

tance de 157 à 157, donnera seulement la moitié de la circonference du cercle proposé.

Si tout au contraire en connoissant la circonference d'un Cercle, on vouloit trouver son Diametre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonference de 157 à 157, sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & prendre la distance de 50 à 50 sur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainsi ouvert, pour avoir le Diametre qu'on cherche.

PROBLEME VI.

Ouvrir le Compas de proportion, ensorte que l'angle des deux lignes des Parties égales soit droit.

FOrmez de deux nombres quelconques, comme de 6, 12, ce Triangle rectangle 180, 144, 108, & ayant pris sur la Ligne des Parties égales depuis le centre du Compas de proportion, 180 parties, appliquez cette longueur sur la même Ligne des Parties égales, de part & d'autre de 108 à 144, & le Compas de proportion se trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez, à l'égard de la Ligne des Parties égales, comme il est évident par 47. 1.

SCOLIE.

Si les nombres du Triangle rectangle sont trop petits, on se servira de leurs doubles, ou de leurs triples, comme il faudroit se servir de leurs moitiez, ou de leurs tiers, s'ils étoient trop grands: Mais pour empêcher que cela n'arrive, il faut que les deux nombres generateurs soient tels, que la somme de leurs quarrez ne passe pas 200, parce

que la Ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un Triangle rectangle de deux nombres donnez, on prendra la ſomme de leurs quarrez pour l'hypotenuſe, la difference des mêmes quarrez pour un côté, & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce Probléme ſe peut propoſer, & réſoudre plus generalement, en faiſant que l'angle des deux Lignes des parties égales ſoit égal à un angle donné; en cette ſorte.

Ayant pris depuis le centre du Compas de proportion, ſur la Ligne des parties égales, le nombre des parties que contient le Sinus de la moitié de l'angle propoſé pour un Sinus total de 200 parties, appliquez cette longueur ſur la même Ligne des parties égales, de côté & d'autre toujours de 100 à 100, & les deux Lignes des parties égales feront un angle égal au propoſé.

Lorſque les deux Lignes des Parties égales font un angle droit, cela peut ſervir pour ajoûter enſemble deux quarrez, ou bien deux autres Plans ſemblables entre eux, par une Methode qui eſt tout-à-fait ſemblable à celle que nous enſeignerons au Probl. 4. dans l'Uſage de la Ligne des Plans.

PROBLEME VII.

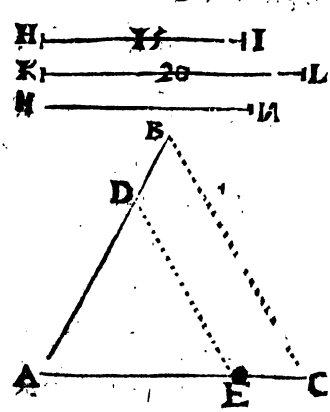
A trois Lignes données trouver une quatriéme proportionnelle.

AYant porté la longueur des deux premieres Lignes données, chacune ſur la Lignes des parties égales du Compas de proportion, qu'il ne

ſera pas neceſſaire d'ouvrir, parce que cette tranſpoſition ſe doit faire depuis le centre, pour ſçavoir combien chacune de ces deux Lignes contient de parties égales, écrivez ſur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en ſouvenir ; & ayant appliqué la longueur de la troiſiéme Ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy des parties égales de la premiere ligne donnée ; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des parties egales, la diſtance de côté & d'autre du nombre égal à celuy des parties égales de la ſeconde ligne donnée, & cette diſtance donnera la longueur de la quatriéme ligne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Comme s'il faut trouver aux trois lignes données H I, K L, M N, une quatriéme proportionnelle, en portant la longueur H I de la premiere ligne donnée ſur la ligne A B, ou A C, des parties égales du Compas de proportion, depuis le centre A en D, ou en E, on trouve que ce point D, ou E eſt 15, par exemple, on marquera 15 ſur la ligne H I : & pareillement en portant la longueur de la ſeconde ligne donnée K L, ſur la même ligne A B, ou A C, des parties égales ; depuis le centre



A, en B, ou en C, on trouve que ce point B ou C, eſt par exemple 20, on écrira 20 ſur la ſeconde ligne K L. Aprés cela ouvrez le Compas de proportion, enſorte que la diſtance D E de 15 à 15, ſur la ligne des parties égales, ſoit égale à la troiſiéme ligne donnée M N, & alors la diſtance B C de 20 à 20 ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche, c'eſt-à-dire que les quatre ligne H I, K L, M N, B C, ſeront proportionnelles.

Demonſtration.

Car on connoît par 4. 6. dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables A B C, A D E, que les quatre lignes A D, A B, D E, B C, ſont proportionnelles, & parce que les trois premieres A D, A B, D E, ſont égales aux trois données H I, K L, M N, il eſt de neceſſité que les quatres lignes H I, K L, M N, B C, ſoient auſſi proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Il eſt évident par 16. 5. qu'on peut prendre la troiſiéme ligne donnée M N, pour la ſeconde K L, & celle-cy pour celle-là, ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce Probléme.

Si les deux premieres lignes données ſont plus longues que le Compas de proportion, on en portera la longueur ſur une échelle plus grande, diviſée exactement en parties égales, pour pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent : ou bien on pourra en leur place porter ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion leurs moitiez ou leurs tiers, pour avoir le nombre de leurs parties égales, qui ſera pris pour

celuy des deux Lignes proposées ; parce qu'ainſi on trouvera toujours la même ligne quatriéme proportionnelle, comme il eſt évident par 11. 5.

Si la troiſiéme ligne donnée eſt auſſi trop grande, pour pouvoir être appliquée ſur le Compas de proportion, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers, & alors, le double ou le triple de la quatriéme proportionnelle qu'on trouvera, ſera la quatriéme ligne proportionnnelle qu'on cherche, ou bien on ſe ſervira de la moitié ou du tiers de la premiere & de cette troiſiéme, & la quatriéme proportionnelle qu'on trouvera, ſera celle qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probléme, on peut aiſément trouver à deux lignes données une troiſiéme proportionnelle, ſçavoir en ajoûtant aux deux lignes données une troiſiéme égale à la deuxiéme, & en cherchant à ces trois lignes une quatriéme proportionnelle, comme il vient d'être enſeigné.

On pourra auſſi facilement trouver à trois figures ſemblables données une quatriéme figure ſemblable proportionnelle, ſçavoir en cherchant aux côtez homologues des trois figures données une quatriéme ligne proportionnelle, qui ſera le côté homologue de la figure qu'on cherche : & pareillement à trois Cercles donnez, ou à trois Spheres données, un quatriéme Cercle, ou une quatriéme Sphere proportionnelle, ſçavoir en cherchant à leurs trois Diametres un quatriéme Diametre proportionnel.

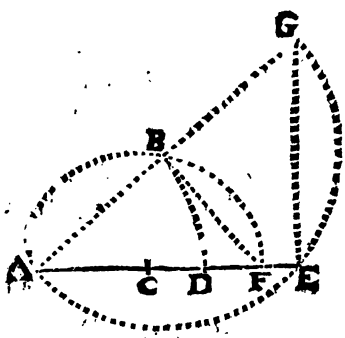
Enfin on peut aiſément ſur une ligne donnée décrire un Plan ſemblable à un Plan donné, augmenter ou diminuer une ligne donnée, ſelon une

raiſon donnée, & réſoudre pluſieurs autres Problémes, dont la conſtruction ſera facile à inventer à celuy qui aura bien compris la theorie & la pratique de ce Probléme, & des precedens.

Or comme les lignes proportionnelles ſont d'un frequent uſage dans la Geometrie, j'enſeigneray icy en paſſant une maniere prompte & facile pour

Trouver geometriquement à deux Lignes données une troiſiéme proportionnelle, & à trois une quatriéme.

Premierement pour trouver aux deux lignes données AC, AD, une troiſiéme proportionnelle, inſcrivez dans le demi-cercle ABF, décrit de l'extremité C, par l'autre extremité A, de la premiere ligne donnée AC, la droite AB, égale à l'autre ligne donnée AD, & décrivez du centre B, par la même extremité A, une circonference de cercle AEG, qui rencontre icy la premiere ligne donnée AC, prolongée au point E, & termine la ligne AE, qui ſera troiſiéme proportionnelle aux deux données AC, AD.



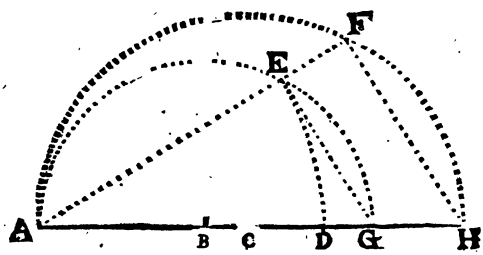
Demonſtration.

Car ſi on prolonge l'Arc AE, juſqu'à ce qu'il coupe la ligne AB, prolongée en G, & qu'on tire les droites EG, BF, on aura dans les deux Triangles Rectangles ſemblables ABF, AEG, cette Analogie, AF, AG :: AB, AE, & ſi à la place

des deux premiers termes AF, AG, on met leurs moitiez AC, AB, on aura celle-cy, AC, AB :: AB, AE, où l'on voit qu'à cauſe de AB, égale à AD, par la conſtruction, la ligne AE eſt troiſiéme Proportionnelle aux deux données AC, AD, ce qu'il falloit démontrer.

Si la ſeconde ligne donnée AD, ſe trouve trop grande, pour pouvoir être inſcrite dans le demi-cercle ABF, on n'y inſcrira que ſa moitié, ou que ſon tiers, & alors le double ou le triple de la ligne AE, ſera la troiſiéme proportionnelle qu'on cherche.

Secondement, pour trouver une quatriéme proportionnelle aux trois lignes données AB, AC, AD, qui doivent être miſes d'un même côté en ligne droite, & partir d'un même point, tel qu'eſt icy le point A, décrivez par ce point commun A, des extremitez B, C, de la premiere & de la ſeconde ligne donnée AB, AC, les deux Arcs AEG, AFH, & inſcrivez dans le premier AEC, la droite AE, égale à la troiſiéme ligne donnée AD, & cette ligne AE, étant prolongée juſqu'à la circonference du ſecond Arc AFH, donnera la longueur



AF de la quatriéme ligne proportionnelle qu'on cherche, de ſorte que les quatre Lignes AB, AC, AD, AF, ſeront proportionnelles.

Demonſtration.

Car ſi on acheve les demi-cercles AEG, AFH, & qu'on tire les droites EG, FH, on aura dans les deux Triangles Rectangles ſemblables AEG, AFH, cette Analogie, AG, AH : : AE, AF, & ſi à la place des deux premiers termes AG, AH, on met leurs moitiez AB, AC, & au lieu de la ligne AE, ſon égale AD, on aura cette autre Analogie, AB, AC : : AD, AF, ce qu'il falloit démontrer.

Si la troiſiéme ligne donnée AD, eſt trop grande pour pouvoir être inſcrite dans le premier demi-cercle AEG, il y faut inſcrire la ſeconde AC, ſi elle eſt plus petite ; & au lieu de décrire le ſecond demi-cercle AFH du centre C, on le décrira du centre D : car ainſi on trouvera toujours la même quatriéme proportionnelle AF, parce que, par 11. 5. il eſt permis de changer de place aux deux dernieres lignes données AC, AD.

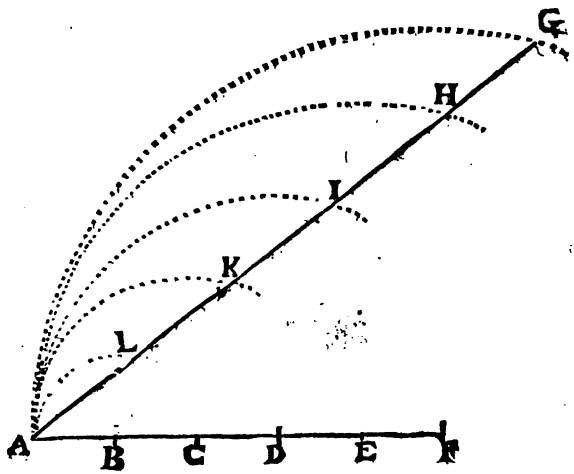
Ou bien n'inſcrivez dans le premier demi-cercle AEG que la moitié ou que le tiers de la ligne trop grande AD, & alors la moitié ou le tiers de la ligne AF terminée par le ſecond demi-cercle AFH décrit du centre C, ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche.

On pourra par le même principe trouver à deux lignes données une troiſiéme proportionnelle, en ajoûtant aux deux lignes données une troiſiéme égale à la ſeconde, comme nous avons déja dit ailleurs.

Mais on peut auſſi par le même principe diviſer une ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.

Parcourez ſur la ligne indéfinie AF cinq parties égales d'une grandeur volontaire aux points, A, B,

C, D, E, F, ſi vous voulez diviſer la ligne donnée en cinq parties égales, & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonferences de cercle. Aprés cela appliquez



la ligne donnée ſur le plus grand cercle, en commençant depuis A laquelle par exemple ſoit A G, & cette ligne A G, ſe trouvera diviſée par les autres circonferences de cercle en cinq parties égales aux points H, I, K, L, comme il eſt aiſé à démontrer.

Démonſtration.

Car imaginant avoir tiré les lignes droites L C & K E, on aura deux Triangles rectangles en L & en K; leurs Angles étant renfermez dans les demi-cercles A L C & A K E, étant clair que les demi-circonférences A L & A K paſſeront la premiere par C & la ſeconde par E: De plus ces deux Triangles ſont ſemblables ayant l'Angle A commun: Ainſi A C, A E :: A L, A K, A B, A C :: A C,

AE, en étant les moitiez : Donc AB, AC : : AL, AK. Donc que les lignes droites que l'on imaginera tirées de L en B & de K en C, &c. ſeront paralleles, & par conſéquent la ligne AG donnée ſera diviſée en même nombre de parties égales que AF.

USAGE DE LA LIGNE DES PLANS.

LA Ligne des Plans, ſert pour trouver avec facilité un Plan multiple, ou ſou-multiple d'un Plan ſemblable donné, augmenter ou diminuer un Plan ſelon une raiſon donnée, pour trouver entre deux lignes données une moyenne proportionnelle, & pour réſoudre pluſieurs autres Problémes de Geometrie, entre leſquels nous ajoûterons icy ſeulement ceux qui ſont les plus neceſſaires, & qui viennent le plus en pratique, parce que les autres étant d'une Theorie plus profonde & d'une pratique moins ordinaire, doivent être reſolus d'une maniere auſſi plus Geometrique, & plus ſcientifique.

PROBLEME I.

Etant donné un Triangle, trouver un autre Triangle ſemblable en raiſon donnée.

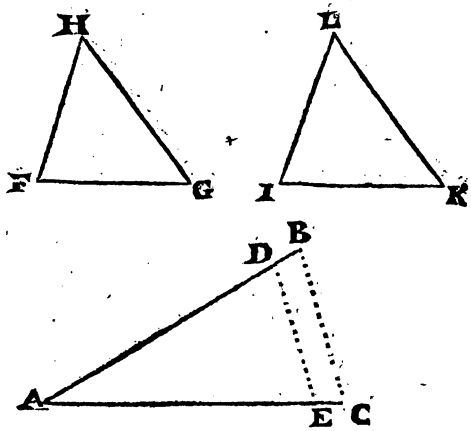
APpliquez la longueur d'un côté du Triangle donné, ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raiſon donnée : & le Compas

de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Plans la diſtance de côté & d'autre du nombre égal au ſecond terme de la raiſon donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du Triangle qu'on cherche. C'eſt de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux deux autres côtez du Triangle propoſé.

Exemple.

Soit donné le Triangle FGH, & qu'il lui faille trouver un autre Triangle ſemblable, en ſorte que le Triangle FGH, ſoit à celui qu'on cherche, comme par exemple 3 à 4.

Suppoſons que les lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, que le centre ſoit A, que les points marquez 4, ou du quatriéme Plan ſoient B, C, & que les



points marquez 3, ou du troiſiéme Plan ſoient

D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtez du Triangle donné FGH, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG, sur la ligne des Plans, AB, AC, de côté & d'autre de 3 à 3, enforte que la distance DE de 3 à 3 soit égale au même côté FG, & alors la distance BC de 4 à 4, sera le côté IK homologue au côté FG, & l'on trouvera de la même façon le côté IL homologue au côté FH, & le côté KL homologue au côté GH, & le Triangle IKL sera celui qu'on cherche, c'est-à-dire qu'il sera semblable au Triangle donné FGH, & que ce Triangle FGH sera au Triangle IKL, comme 3 à 4.

Demonstration.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables, ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que les quatre lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & par 22. 6. que leurs quarrez sont aussi proportionnels ; & parce que les deux quarrez AD, AB, sont entr'eux comme 3 à 4, par la construction de la Ligne des Plans, les deux quarrez DE, BC, ou FG, IK, seront aussi entr'eux comme 3 à 4 ; & l'on connoîtra de la même façon, que les deux quarrez FH, IL, sont aussi dans la raison de 3 à 4, aussi-bien que les deux GH, KL, d'où il suit par 11. 5. que les trois quarrez FG, FH, GH, sont proportionnels aux trois quarrez IK, IL, KL, & par 22. 6. que les trois côtez du Triangle FGH, sont proportionnels aux trois côtez du Triangle IKL. C'est pourquoi par 5. 6. ces deux Triangles seront semblables, & par 19. 6. le Triangle FGH sera au Triangle IKL, comme 3 à 4, ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop grands, on prendra leurs ſoumultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : & s'ils ſont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra, ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand Plan n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs Racines quarrées préciſes, on ſe ſervira de ces Racines quarrées, mais au lieu de travailler ſur la Ligne des Plans, on travaillera ſur la Ligne des parties égales : car ainſi les côtez homologues des deux Triangles ſemblables ſeront dans la raiſon de ces Racines quarrées, & par 19. 6. les deux Triangles ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez.

Enfin ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de differente eſpece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination, & en negligeant le Dénominateur commun, on ſe ſervira des deux Numerateurs à la place des deux fractions propoſées, pour travailler ſur la Ligne des Plans, comme il a été enſeigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raiſon donnée, en travaillant par le Diametre du cercle donné pour avoir le Diametre du cercle qu'on cherche ; & pareillement à un Polygone donné trouver un autre

tre Polygone ſemblable en raiſon donnée, en réduiſant le Polygone donné en Triangles par une ou pluſieurs Diagonales, & en cherchant autant de Triangles ſemblables dans la raiſon donnée, leſquels étant joints enſemble donneront le Polygone qu'on cherche.

Ainſi vous voyez qu'on peut à l'aide de ce Problême augmenter & diminuer un Polygone donné, ou un cercle donné, ſelon une raiſon donnée, parce que cette raiſon peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raiſon de deux Plans ſemblables donnez.

POrtez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Polygones donnez ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion à un même nombre de part & d'autre tel que l'on voudra ; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même Ligne des Plans la longueur du côté homologue de l'autre Plan donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond : & ce ſecond nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Plan donné, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raiſon des deux Triangles ſemblables donnez FGH, IKL. Suppoſons que les deux Li-

gnes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, & que le centre ſoit A. Ayant porté la longueur du côté F G, de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans au nombre 3, par exemple, en ſorte que la diſtance D E, de 3 à 3 ſoit égale au côté F G, laiſſez le Compas de proportion ainſi ouvert, & portez la longueur du côté I K, homologue au côté F G, ſur la même Ligne des Plans, à un même nombre de part & d'autre, comme de B en C, où ſoit par exemple le nombre 4. Cela étant, je dis que le Plan F G H, eſt au Plan I K L, comme 3 à 4, dont la démonſtration eſt tout-à-fait la même que celle du Problême precedent.

SCOLIE.

Si le côté du plus grand Plan donné eſt trop grand, pour pouvoir être appliqué ſur le Compas de proportion, qui ſeroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Plan donné ſur un même nombre de la Ligne des Plans, le plus proche du centre qu'il ſera poſſible, afin que le Compas de proportion étant ainſi plus ouvert, on puiſſe y porter la longueur du côté homologue du plus grand Plan donné.

Mais ſi le côté du plus petit Plan donné ſe trouve trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la Ligne des Plans à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre ſur la même Ligne des Plans, & auſſi le côté homologue du plus grand Plan donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Plans donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raiſon.

Que ſi ces deux côtez homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiés ou de leurs tiers : & pour ne pas tomber dans cette difficulté, ſi l'on peut, on ſe ſervira dans chaque Plan donné des deux plus petits côtez homologues, lors que les deux Plans donnez ſeront irreguliers.

Ce Probléme ſe peut auſſi réſoudre aſſez facilement par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ſçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Plans donnez une troiſiéme ligne proportionnelle, comme il a été enſeigné au *Probléme VI. de l'Uſage de la Ligne des Parties égales* : parce que par 20. 6. les nombres des parties égales que contiendront la premiere & la troiſiéme proportionnelle, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Comme les cercles ſont dans la raiſon des quarrez de leurs Diametres, par 2. 12. on voit aiſément que l'on peut par le moyen de ce Probléme trouver avec la même facilité la raiſon des deux cercles donnez en ſe ſervant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues, &c.

PROBLEME III.

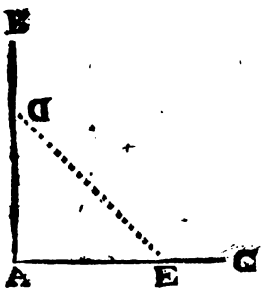
Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que les deux Lignes des Plans faſſent un Angle droit.

AYant pris avec le Compas commun ſur la Ligne des Plans, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur d'un nombre de

Plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur sur la même Ligne des Plans de part & d'autre à un même nombre égal à la moitié du precedent, & alors les deux Lignes des Plans feront au centre un angle droit.

Exemple.

Supposons que les lignes A B, A C, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre sera par consequent en A. Supposons encore que les points B, C, soient chacun les points du trente-deuxiéme Plan, par exemple, & que les points D, E, soient chacun le point du 16e Plan, moitié du premier 32. Je dis que si vous ouvrez le Compas de proportion, en sorte que la distance D E de 16 à 16 soit égale à A B, ou à A C, l'Angle A sera droit.



Démonstration.

Car puisque A B, ou D E est 32, & que A D est 16, moitié de 32, le quarré D E sera par la construction de la Ligne des Plans, double du quarré A D, ou A E, & par consequent égal aux deux quarrez A D, A E, d'où il suit par 48. 1. que l'angle A est droit. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

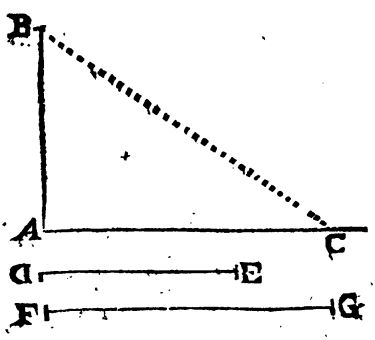
Il suit évidemment de la pratique de ce Proble-

me, que ſi la ligne D E eſt plus grande en puiſſance que le double de la ligne A D, c'eſt-à-dire que ſi le Plan A B, égal à D E, eſt plus grand que le double du Plan A D, l'angle A ſera obtus, & aigu ſi le Plan A B eſt moindre que le double du Plan A D.

PROBLEME IV.

Trouver un Plan ſemblable & égal à deux Plans ſemblables donnez.

AYant porté deux côtez homologues tels que l'on voudra des deux Plans donnez ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, en commençant depuis le centre, pour connoître le nombre des Plans de chacun, & ayant ouvert le Compas de proportion à Angle-droit, par le Probléme précedent, la diſtance des deux nombres trouvez, priſe de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans, donnera le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez.



Exemple.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Plan

ſemblable & égal à deux Plans ſemblables donnez ; dont deux côtez homologues ſont les lignes DE, FG. Suppoſons que les lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion dont le centre eſt A, que le côté DE étant porté ſur la Ligne des Plans AB, depuis le centre A en B, ce point B ſoit le 4e Plan, & que l'autre côté FG, étant pareillement porté ſur l'autre Ligne des Plans AC, depuis le centre A en C, que ce point C ſoit le 9e Plan. Cela étant ſuppoſé, le Compas de proportion étant ouvert à angle droit, en ſorte que l'angle A ſoit droit, la diſtance BC de 4 à 9, priſe de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans, ſera le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, ſont deux côtez homologues.

Démonſtration.

Car, par 47. 1. le quarré BC étant égal aux deux quarrez AB, AC, ou DE, FG, la Ligne BC ſera par 31. 6. le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, ſont deux côtez homologues. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les côtez DE, FG, ne peuvent pas être portez ſur la Ligne des Plans, pour être trop grands, on en portera ſeulement la moitié ou le tiers ; & alors le double ou le triple de la diſtance BC ſera le côté homologue qu'on cherche.

Ce Probléme ſe peut auſſi réſoudre, ſans qu'il ſoit beſoin d'ouvrir à angle droit le Compas de

proportion, comme vous verrez dans la Methode que nous enſeignerons pour ajoûter enſemble deux Solides ſemblables, par le moyen de la Ligne des Solides, cette methode étant la même pour les Plans, excepté qu'on doit ſe ſervir de la Ligne des Plans.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Problême on peut ſe flatter de ſçavoir la maniere d'ajoûter enſemble autant de Plans ſemblables que l'on voudra, en ajoûtant enſemble les deux premiers, & en ajoûtant à la ſomme, le troiſiéme, & ainſi enſuite. Comme auſſi de trouver un Plan ſemblable égal à la difference d'un Plan avec un ou pluſieurs autres qui lui ſont ſemblables.

On peut auſſi facilement trouver un cercle égal à pluſieurs cercles donnez, en travaillant par leurs Diametres conſiderez comme les côtez homologues d'autant de Plans ſemblables.

PROBLEME V.

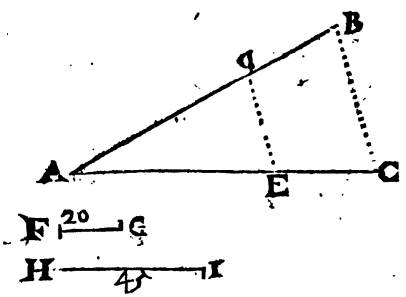
Entre deux Lignes données, trouver une moyenne proportionnelle.

AYant porté chacune des deux lignes données ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ou ſur quelque autre ligne diviſée en parties égales, pour ſçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée de part & d'autre, ſur la Ligne des Plans du Compas de pro-

portion à un nombre égal à celui de ſes parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Plans de côté & d'autre la diſtance du nombre égal à celui des parties égales de la plus petite des deux lignes données, pour avoir la moyenne proportionnelle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne par exemple 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre eſt A: que les points B, C, ſoient chacun le 45e Plan, & les points D, E, chacun le 20e Plan. Appliquez la longueur de la plus grande ligne donnée HI, ſur la Ligne des Plans de part & d'autre aux points B, C, en ſorte que la diſtance BC de 45 à 45 ſoit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors la diſtance DE de 20 à 20 ſera moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI.



Demonſtration.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette Analogie, AB, AD ::

BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cauſe de BC, égale à HI, par la conſtruction : c'eſt pourquoy, par 22. 6. on aura celle-cy $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ :: $\overline{HI}$, $\overline{DE}$, & ſi à la place des deux premiers termes $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, on met les deux nombres 45, 20, qui ſont en même raiſon, par la conſtruction de la Ligne des Plans, ou bien ſi à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui ſont auſſi en même raiſon, on aura cette autre Analogie, $\overline{HI}$, $\overline{FG}$ :: $\overline{HI}$, $\overline{DE}$, & enfin ſi aux deux premiers termes HI, FG, on donne la hauteur commune $\overline{HI}$, on aura cette Analogie $\overline{HI}$, $\overline{FG + HI}$ :: $\overline{HI}$, $\overline{DE}$, où l'on voit, que la Rectangle FG + HI eſt égal au quarré DE, parce que les antécedens étant égaux, les conſéquens $\overline{FG + HI}$, & $\overline{DE}$, le ſeront auſſi, & que par 17. 6. la Ligne DE, eſt moyenne proportionnelle entre les deux lignes données FG, HI. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les nombres des parties égales des deux lignes données ſont trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiés ou de leurs tiers, comme il faudroit ſe ſervir des doubles, ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce Probléme ſe peut auſſi réſoudre par le moyen de la Ligne des parties égales, mais comme la ſolution en eſt plus longue, nous n'en parlerons pas davantage.

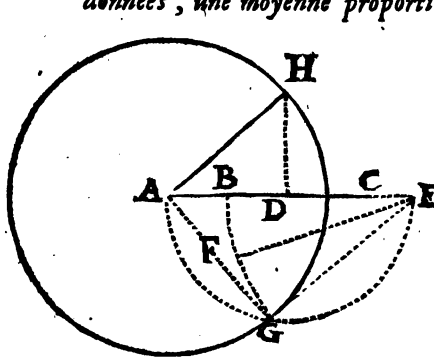
COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probléme, on peut aiſément réduire un Plan en quarré, comme par éxemple un cercle, en cherchant entre ſon rayon & la moitié de ſa circonference une moyenne proportionnelle : un Triangle, en cherchant entre un de ſes côtez & la moitié de ſa perpendiculaire une moyenne proportionnelle : & telle autre Figure plane que l'on voudra, parce qu'on la peut aiſément réduire en Triangle.

On peut auſſi facilement trouver une figure ſemblable & égale à la difference de deux Plans ſemblables donnez, ſçavoir en cherchant entre la ſomme & la difference de deux côtez homologues quelconques une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'uſage d'une moyenne proportionnelle eſt tres-conſiderable dans la Geometrie, nous ajoûterons icy, pour ceux qui aiment la ſpeculation des Mathematiques, une methode curieuſe pour

Trouver Geometriquement entre deux Lignes données, une moyenne proportionnelle.



Que les deux Lignes données ſoient A B, A C, que je ſuppoſe placées en Ligne droite, l'une ſur l'autre, & tirées du même point A, pour avoir une conſtruction plus facile, telle qu'eſt la ſuivante.

Ayant prolongé la plus grande ligne donnée A C en E, en sorte que la Ligne C E soit égale à la plus petite ligne donnée A B, & ayant tiré à la ligne A B, par son extremité B, la perpendiculaire B F égale à la même ligne A B, inscrivez dans un demi-cercle décrit alentour de la ligne A E, la ligne E G, égale à la ligne E F, & décrivez du centre A, par le point G, une circonference de cercle, qui se trouve icy coupée par la ligne locale A H, qui fait en A avec A C, un angle demi-droit, au point H, duquel on doit tirer à la ligne A C, la perpendiculaire H D, & la ligne H D = la Ligne A D sera moyenne proportionnelle entre les deux données A B, A C.

Demonstration.

Car dans le Triangle rectangle A G E, on a par 47. 1. $\overline{AG}^2$, ou $\overline{AH}^2$, ou $2\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{EG}^2$, & à cause de $\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2 + 2ACE$, par 4. 2. ou de $\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 + 2CAB$, parce que l'on a fait C E égale à A B, & encore à cause de $\overline{EG}^2$, ou $\overline{EF}^2 = \overline{BF}^2 + \overline{BE}^2$, par 47. 1. ou de $\overline{EF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, on aura $2\overline{AD}^2 = 2CAB$, & par consequent $\overline{AD}^2 = CAB$, & l'on connoîtra par 17. 6. que la ligne A D est moyenne proportionnelle entre les deux données A B, A C. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Cette construction a été tirée de l'Equation con-

ſtitutive du Probléme, que nous avons réduite en deux lieux, ſçavoir en un lieu à la ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette ſorte.

Si l'on ſuppoſe AB = a, AC = b, & AD = x, on aura $xx = ab$, pour l'Equation conſtitutive du Probléme, que l'on réduira en deux lieux, en ſuppoſant premierement ce lieu à la ligne droite, $x + y = b$ pour avoir $x = b - y$, & par conſequent $xx = bb - 2by + yy$, d'où ôtant le double de l'Equation conſtitutive, ſçavoir $2xx = 2ab$, on aura ce lieu au cercle, $-xx = bb - 2ab - 2by + yy$, dont le rayon eſt Rab, que l'on peut trouver geometriquement ſans ſuppoſer l'invention d'une moyenne proportionnelle, ſçavoir par la ſeule ſouſtraction des deux quarrez aa, bb, du quarré $aa + 2ab + bb$ de la ſomme $a + b$ des deux lignes données AB, AC, comme vous avez vû dans la conſtruction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par conſequent une autre conſtruction, mettez $x + y$ à la place de b, ce qui ſe peut faire à cauſe du lieu ſuppoſé à la ligne droite $x + y = b$, & l'Equation conſtitutive $xx = ab$, ſe changera en celle-cy $xx = ax + ay$, dont le double $2xx = 2ax + 2ay$ étant ôté de $xx = bb - 2by + yy$, on aura cet autre lieu au cercle, $-xx = bb - 2ax - 2ay - 2by + yy$, dont le rayon eſt R. $2aa + 2ab$, lequel on peut trouver auſſi Geometriquement ſans aucune moyenne proportionnelle, ſçavoir par l'addition des deux quarrez aa, $aa + 2ab + bb$, & par la ſouſtraction du quarré bb, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, lors qu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conſequent une troiſiéme conſtruction, car dans le lieu ſuppoſé à la Ligne droite $x + y = b$, on trouvera $y = b - x$, & par conſequent

$bb - 2bx - xx$, dont le rayon eſt R. $2aa - 2ab + 2bb$, on aura cet autre lieu au cercle, $yy - 2ax - 2ay =$ eſt le double de l'Equation conſtitutive changée, $yy = bb - 2bx + xx$, d'où ôtant $2xx = 2ax + 2ay$, qui que l'on peut trouver pareillement ſans aucune moyenne proportionnelle, ſçavoir par la ſeule addition dès trois quarrez aa, bb, $aa - 2ab + bb$, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, où nous avons expliqué & démontré à fonds ces deux dernieres conſtructions, & ce n'eſt pas le lieu icy d'en dire davantage. Ceux qui voudront ſçavoir plus particulierement la maniere de réſoudre par deux lieux les Equations de deux dimenſions, pourront voir *nos deux Traitez des lieux Geometriques*, & *de la conſtruction des Equations*, qui ſont précedez d'un Traité *des Lignes du premier genre.*

USAGE DE LA LIGNE DES POLYGONES.

LA Ligne des Polygones ſert principalement à diviſer un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra, ce qu'il faut ſçavoir faire dans l'Architecture militaire, pour la fortification des Places regulieres, & quelquefois auſſi dans l'Architecture civile, pour la deſcription des quarreaux faits en Polygones propres pour paver une Sale. Elle ſert auſſi dans la Geometrie, comme par éxemple, pour couper une Ligne donnée dans la moyenne & extrême raiſon, pour tracer un Triangle iſoſcele où l'angle à la baſe ſoit double de l'angle du ſommet, &c.

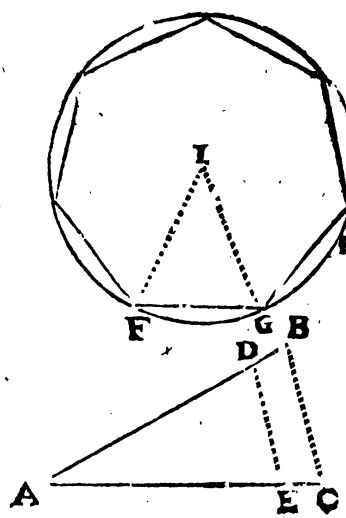
PROBLEME I.

Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné.

APpliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 6 à 6, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones, la diſtance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtez du Polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce Polygone.

Exemple.

Qu'il faille décrire un Eptagone regulier dans le cercle donné F G H, dont le centre eſt I, & le rayon I F, ou I G. Suppoſons que les lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A : que les points B, C, ſoient chacun les points de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Ayant appliqué la longueur du rayon I F, ou I G, ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre de



B en C, en ſorte que la diſtance B C de 6 à 6, ſoit égale au rayon I F, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance D E de 7 à 7, laquelle donnera la longueur du côté F G, ou G H, de l'Eptagone regulier inſcriptible dans le cercle donné F G H.

Démonſtration.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables A B C, A D E, on connoît par 4. 6. que la raiſon des deux lignes A B, A D, eſt égale à celle des deux B C, D E : c'eſt pourquoy comme A D eſt le côté d'un Eptagone regulier inſcrit dans un cercle, dont le rayon eſt A B, par la conſtruction de la Ligne des Polygones, il eſt de neceſſité que D E, ou F G ſoit auſſi le côté d'un Eptagone regulier inſcrit dans un cercle, dont le rayon eſt B C ou I F. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si le rayon du cercle donné eſt trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la Ligne des Polygones, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la ligne qu'on trouvera, ſera le côté du Polygone qu'on cherche.

Quand le Polygone qu'on veut décrire au-dedans du cercle donné, aura plus de douze côtez, on ne pourra plus ſe ſervir de la Ligne des Polygones ; & dans ce cas on ſe ſervira de la Ligne des Cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc F G d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre I, leſquels on trouvera en diviſant 360 degrez par le nombre des côtez du Polygone.

PROBLEME II.

Décrire ſur une Ligne donnée un Polygone regulier.

AYant appliqué la longeur de la ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de porportion, à un nombre égal à celui des côtez du Polygone qu'on veut décrire, & le Compas de porportion demeurant ainſi ouvert; prenez ſur la même Ligne des Polygones, de côté & d'autre la diſtance de 6 à 6, laquelle ſera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone. C'eſt pourquoy ſi avec cette ouverture on décrit des deux extrémitez de la ligne donnée deux arcs de cercle, l'interſection de ces deux arcs donnera le centre de ce cercle.

Exemple.

Reprenons la Figure précedente, & ſuppoſons que ſur la Ligne donnée F G, il faille décrire un Eptagone regulier. Suppoſons auſſi que les lignes A B, A C, ſoient chacun la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A, que les points B, C, ſoient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Appliquez la longueur de la ligne donnée F G, ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre, aux points D, E, en ſorte que la diſtance D E de 7 à 7, ſoit égale à la ligne donnée F G; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, decrivez avec la diſtance B C de 6 à 6, priſe ſur la même Ligne des Polygones, des deux extremitez F, G,

F, G, deux arcs de cercle, dont le point de section I, sera le centre du cercle circonscriptible, de sorte que la ligne BC sera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone.

Démonstration.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux lignes AD, AB, est égale à celle des deux DE, BC, & comme la ligne AD est le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la Ligne des Polygones, il faut que la ligne DE, ou FG, soit aussi le côté d'un Eptagone regulier, inscrit dans un cercle, dont BC, est le rayon. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si la ligne donnée est trop petite, pour pouvoir être appliquée sur la Ligne des Polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la ligne qu'on trouvera, sera le rayon du cercle circonscrit.

Quand le Polygone qu'on veut décrire sur la ligne donnée, aura plus de douze côtez, on ne pourra pas se servir de la Ligne des Polygones, & alors le centre I du cercle circonscrit, se trouvera par le moyen de la Ligne des Cordes, en tirant des deux extrémitez F, G, de la Ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui fassent avec la ligne donnée FG, chacune un angle égal au demi-angle du Polygone, lequel demi-angle est égal au complément de la moitié de l'angle du centre.

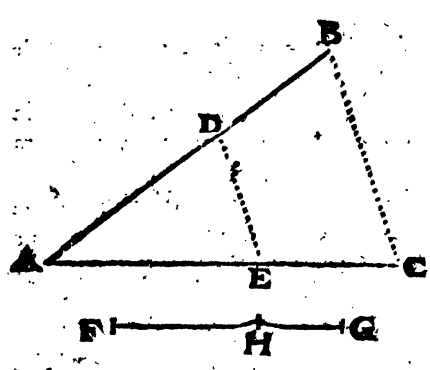
PROBLEME III.

Couper une Ligne donnée dans la moyenne & extrême raiſon.

APpliquez la longueur de la ligne donnée ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion de part & d'autre de 6 à 6, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la diſtance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand ſegment de la ligne propoſée.

Exemple.

Qu'il faille couper la ligne donnée F G, en H; dans la moyenne & extrême raiſon. Suppoſons que les lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que les points B, C, ſoient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point du Decagone. Ayant appliqué la longueur de la ligne donnée F G ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre de B en C, en ſorte que la diſtance B C de 6 à 6, ſoit



égale à la ligne donnée E G, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, la diſtance D E de 10 à 10, donnera la longueur du grand ſegment F H.

Démonſtration.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables A B C, A D E, on connoît par 4. 6. que la raiſon des lignes A B, A D, eſt égale à celle des deux B C, D E, ou F G, F H; & comme A D, A B, ſont les côtez d'un Decagone & d'un Exagone inſcrits dans un même cercle, il faut que F G, F H, ſoient auſſi les côtez d'un Exagone & d'un Decagone inſcrits dans un même cercle. C'eſt pourquoy par le *Coroll.* de 9. 13. le point H diviſe la ligne propoſée F G, dans la moyenne & extrême raiſon. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si la ligne donnée eſt trop longue, pour pouvoir être appliquée ſur la ligne des Polygones, on en appliquera ſeulement la moitié, ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, ſera le plus grand ſegment de la ligne propoſée.

Ce Problême ſe peut auſſi réſoudre par la Ligne des Cordes, ſçavoir en appliquant la ligne donnée ſur la ligne des Cordes de 60 à 60, & en prenant ſur la même Ligne des Cordes la diſtance de 36 à 36, qui donnera le grand ſegment de la Ligne propoſée, parce que le côté de l'Exagone eſt la corde de 60 degrez, & le côté du Decagone la corde de 36 degrez, dans un même cercle.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Problême on peut aiſément réſoudre cette Equation de deux dimenſions, $xx + ax = aa$, ſçavoir en coupant la ligne repreſentée par la lettre a, dans la moyenne & extrême raiſon : car le plus grand ſegment de cette ligne ainſi coupée ſera la racine veritable de l'Equation propoſée $xx + ax = aa$, & le plus petit ſera la racine veritable de celle-ci, $xx - ax = -aa$, comme il ſera aiſé à démontrer à celui qui entendra l'Algebre.

PROBLEME IV.

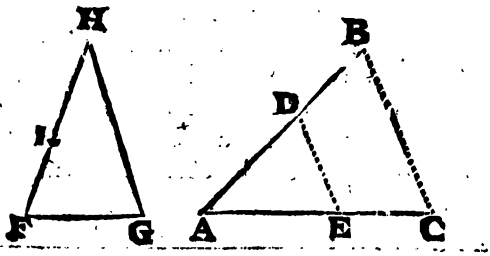
Décrire ſur une baſe donnée, un Triangle iſoſcele, où l'un des deux angles à la baſe ſoit double de l'angle au ſommet.

Appliquez la longueur de la baſe donnée, de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 10 à 10, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la diſtance de 6 à 6, pour avoir la longueur de chacun des deux côtez du Triangle qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille décrire ſur la baſe donnée F G, un Triangle iſoſcele F G H, en ſorte que l'angle F, ou G, ſoit double de l'angle H. Suppoſons que les deux lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le cen-

tre eſt A. Que les points B, C, ſoient chacun le point 6, & les points D, E, chacun le point 10.



Appliquez la ligne donnée F G ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre de D en E, en ſorte que la diſtance D E de 10 à 10 ſoit égale à la baſe donnée F G : & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance B C, de 6 à 6, pour avoir le côté F H, ou G H du Triangle qu'on cherche.

Démonſtration.

Pour la demonſtration, faites H I égale à F G, ou à D E, & parce que dans les Triangles iſoſceles ſemblables A D E, A B C, on a par 4. 2. cette Analogie, A D, A B :: D E, B C, & que A D eſt le côté d'un Decagone, & A B le côté d'un Exagone, inſcrits dans un même cercle, il faut que D E, ou F G, ou H I ſoit pareillement le côté d'un Décagone, & B C ou F H le côté d'un Exagone, inſcrits dans un même cercle : c'eſt pourquoy par 9. 13. la ligne F H eſt coupée en I, dans la moyenne & extrême raiſon, & par 10. 4. le Triangle F G H ſera celui qu'on cherche. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Ce Probléme ſe peut auſſi réſoudre par le moyen de la Ligne des Cordes, ſçavoir en appliquant ſur cette Ligne des cordes la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre de 36 à 36, & en prenant ſur la même Ligne des cordes la diſtance de 60 à 60, qui donnera le côté du Triangle qu'on cherche.

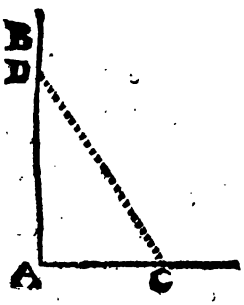
PROBLEME V.

Ouvrir le Compas de proportion en ſorte que les deux Lignes des Polygones faſſent un angle droit.

AYant pris avec le Compas commun ſur la Ligne des Polygones, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur du côté du Pentagone, appliquez cette même longueur ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre de 10 à 6, & alors les deux Lignes des Polygones feront au centre un angle droit.

Exemple.

Suppoſons que les lignes A B, A C, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion dont le centre eſt A. Suppoſons encore que A B ſoit le côté du Pentagone, A D le côté de l'Exagone, & A C, le côté du Decagone. Je dis que ſi l'on ouvre le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance C D de 10 à 6, ſoit égale au côté A B du Pentagone, l'angle A ſera droit.



Démonſtration.

Car puiſque le quarré AB, ou CD du côté du Pentagone eſt égal au quarré AC du côté du Décagone, & au quarré AD du côté de l'Exagone, par 10. 13. il eſt de neceſſité par 48. 1. que l'angle A ſoit droit. Ce qu'il falloit démontrer.

USAGE DE LA LIGNE DES CORDES.

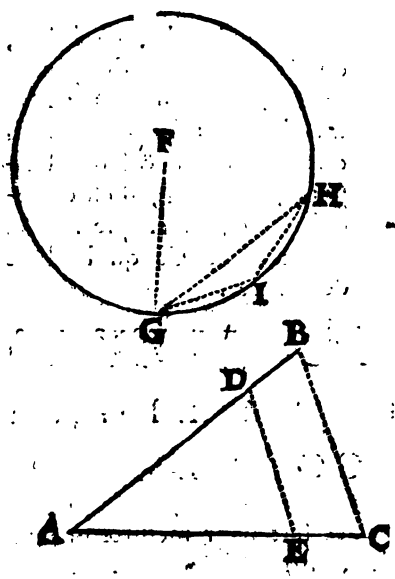
LA Ligne des Cordes ſert pour meſurer un angle ſur le papier, ou ſur le terrain : ou bien pour faire ſur le papier, ou ſur le terrain un angle d'autant de degrez que l'on voudra. Elle ſert auſſi pour la deſcription des Polygones reguliers, comme vous avez vû, & pour réſoudre pluſieurs autres Problémes, dont les principaux & les plus neceſſaires ſeront ſeulement ici declarez.

PROBLEME I.

Prendre ſur la circonference d'un Cercle donné, un Arc d'autant de degrez que l'on voudra.

APpliquez le Rayon du Cercle donné ſur la Ligne des Cordes du Compas de proportion,

de part & d'autre, toujours de 60 à 60, parce que le Rayon d'un Cercle eſt égal à la Corde de 60 degrez : & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Cordes, de côté & d'autre la diſtance du nombre égal à celui des degrez propoſez, & la tranſportez ſur la circonference du Cercle donné, pour avoir un Arc d'autant de degrez qu'il étoit propoſé.



Exemple.

Que le Rayon du cercle donné ſoit FG, & qu'il faille prendre ſur ſa circonference un Arc, par exemple de 80 degrez. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que AB, ou AC, ſoit la Corde de 80 degrez, & AD ou AE, la Corde de 60 degrez. Ayant appliqué la longueur du Rayon FG, de part & d'autre de D en E, en ſorte que la diſtance DE de 60 à 60 ſoit égale au Rayon FG, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la diſtance BC de

80 à 80 ſur la circonference du Cercle donné, depuis G en H, pour avoir l'arc GIH de 80 degrez.

Démonſtration.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît, par 4. 2. que la raiſon des Lignes AD, AB, eſt égale à celle des Lignes DE, BC, ou FG, GH : & comme AB eſt la Corde de 80 degrez à l'égard du Rayon AD, par la conſtruction de la Ligne des Cordes, il eſt de neceſſité que GH ſoit auſſi la corde de 80 degrez, à l'égard du Rayon EG, & que par conſequent l'arc GH ſoit de 80 degrez. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

On peut par une opération contraire, trouver les degrez d'un Arc, dont on connoît le demi-diametre, ſçavoir en appliquant ce demi-Diametre de 60 à 60 ſur la Ligne des Cordes, & en tranſportant la Corde de l'Arc propoſé ſur la même Ligne des Cordes, en ſorte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrez, car ce nombre marquera la quantité de l'arc propoſé.

COROLLAIRE.

On peut par le moyen de ce Probléme, faire à un point donné d'une Ligne donnée ſur le papier, un Angle d'autant de degrez que l'on voudra : ou bien connoître la quantité d'un Angle rectiligne donné ſur le papier, puiſque la meſure d'un tel Angle eſt un Arc de Cercle décrit de ſa pointe. D'où il eſt aiſé de conſtruire ſur une Baſe donnée un

Triangle iſoſcele, où l'Angle de la Baſe ſoit à l'Angle du ſommet en raiſon donnée, en faiſant à chaque extrêmité de la baſe donnée, un Angle, dont les degrez ſe trouveront, en multipliant 90 degrez par le double du terme homologue, à l'Angle de la baſe, & en diviſant le produit par la ſomme du même double & de l'autre terme.

On peut ſans la Ligne des Cordes faire à un point donné d'une ligne donnée, un angle d'autant de degrez que l'on voudra, ſçavoir, par le moyen de la Ligne des Tangentes, quand elle eſt ſur le Compas de Proportion, ce qui arrive rarement, parce que cette ligne ne peut pas contenir tous les degrez du quart de cercle, le nombre de ces degrez ne pouvant pas ſurpaſſer 75.

Si donc on veut ſe ſervir de la Ligne des Tangentes, que je ſuppoſe marquée avec ſes degrez ſur chaque jambe du Compas de proportion, pour faire à un point donné d'une ligne donnée, un angle par éxemple de 50 degrez; au lieu d'accommoder la longueur de cette ligne de 60 à 60 ſur la ligne des Cordes, il la faut accommoder ſur la Ligne des Tangentes de 45 à 45, parce que le Rayon ou Sinus total eſt égal à la Tangente de 45 degrez: & au lieu de porter la diſtance de 50 à 50, qui eſt le nombre des degrez propoſez, ſur la circonference de cercle décrit du point donné, on la portera ſur une ligne perpendiculaire tirée par l'extrêmité de la ligne donnée, lorſque cette diſtance aura été priſe de part & d'autre ſur la Ligne des Tangentes, &c.

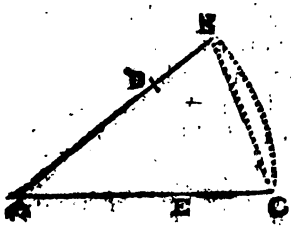
PROBLEME II.

Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que l'Angle des deux Lignes des Cordes ſoit d'autant de degrez qu'on voudra.

SI on prend depuis le centre du Compas de proportion ſur l'une des deux Lignes des Cordes, la Corde correſpondante aux degrez propoſez, & qu'on en applique la longueur ſur les Lignes des Cordes de côté & d'autre de 60 à 60, le Compas de proportion ſe trouvera ouvert comme l'on demande.

Exemple.

On'il faille ouvrir le Compas de proportion en ſorte que les deux Lignes des Cordes faſſent un Angle, par exemple de 40 degrez. Suppoſons que



les lignes AD, AE, ſoient chacune la Corde de 40 degrez, & les lignes AB, AC, chacune la Corde de 60 degrez. Je dis que ſi on applique la Corde AD, ou AE de 40 degrez de côté & d'autre de B en C, en ſorte que la diſtance B C de 60 à 60, ſoit égale à la Corde A D de 40 degrez, l'Angle A ſera auſſi de 40 degrez.

Exemple.

Car ſi l'on décrit du centre A, par les points B,

C, l'Arc de cercle BC, & que l'on conſidere que la ligne AD eſt la Corde de 40 degrez à l'égard du Rayon AB, qui eſt la Corde de 60 dégrez, on connoîtra aiſément que la ligne BC, égale à la ligne AD, eſt auſſi la Corde de 40 degrez : & comme elle eſt la Corde de l'Arc BC, il s'enſuit que l'Arc BC, & par conſequent l'Angle A eſt auſſi de 40 degrez. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

On peut par une operation contraire à la précedente, connoître l'ouverture du Compas de proportion à l'égard de la Ligne des Cordes : car ſi on porte depuis le centre du Compas de proportion ſur la Ligne des Cordes, la diſtance de 60 à 60, priſe de part & d'autre ſur la même Ligne des Cordes, on rencontrera le nombre des degrez de l'ouverture qu'on cherche.

C'eſt à cauſe de cela que l'on ajoûte quelquefois au Compas de proportion des pinnules placées ſur la Ligne des Cordes, pour pouvoir meſurer un Angle ſur la terre, ou pour en faire un ſur la terre d'autant de degrez que l'on voudra : mais j'aimerois mieux me ſervir d'un demi-Cercle bien diviſé, le Compas de proportion n'étant propre que pour travailler promptement ſur le papier. C'eſt pourquoy je négligeray icy d'expliquer pluſieurs uſages, qui ne ſont que d'une pure curioſité.

Si l'on veut ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que les deux Lignes des Cordes, ou bien des Parties égales, ou de deux lignes ſemblables tracées de part & d'autre ſur le Compas de proportion, faſſent un angle égal au donné A, il faut à volonté décrire de cet angle donné A, l'arc de

Cercle BC ; & porter le demi-diametre AB, ou AC, depuis le centre du Compas de proportion ſur chacune des deux lignes que vous voulez ouvrir à l'angle donné. Aprés quoy ſi l'on marque ſur chaque ligne le point où le demi-diametre ſe terminera ; & que l'on ouvre le Compas de proportion en ſorte que la diſtance de ces deux points ſoit égale à celle des deux extrêmitez de l'arc BC, les deux lignes propoſées feront un angle égal au donné A.

PROBLEME III.

Trouver le demi-diametre d'un Arc de Cercle donné, dont on connoît les degrez.

SI on applique la Corde de l'Arc donné ſur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de côté & d'autre au nombre des degrez de l'Arc propoſé, & qu'on laiſſe le Compas de proportion ainſi ouvert, la diſtance de 60 à 60 priſe ſur la même Ligne des Cordes, donnera la longueur du Rayon qu'on cherche.

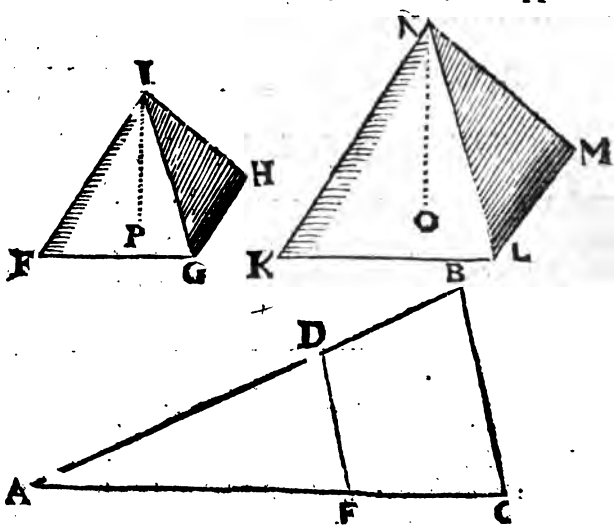
Exemple.

Que l'Arc de Cercle GH ſoit par exemple de 80 degrez, & qu'il en faille trouver le Rayon FG. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que AB, ou AC, ſoit la Corde de 80 degrez, & AD, ou AE, la Corde de 60 degrez. Je dis que ſi on applique la Corde GH ſur la Ligne des parties égales du Compas de

pas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raiſon donnée : & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Solides la diſtance de côté & d'autre du nombre égal au ſecond terme de la raiſon donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la Pyramide qu'on cherche. C'eſt de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux autres côtez de la Pyramide propoſée.

Exemple:

Soit donnée la Pyramide FGHI, & qu'il lui faille trouver une autre Pyramide ſemblable, enſorte que la Pyramide FGHI ſoit à celle qu'on cherche, comme par éxemple 16 à 54. Suppoſons



que les lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le cen-

tre eſt A. Que les points marquez 54, ou du 54e Solide ſoient B, C, & que les points marquez 16, ou du 16e Solide ſoient D, E. pour trouver le côté homologue à l'un des côtez de la Pyramide donnée FGHI, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG, ſur la Ligne des Solides AB, AC, de côté & d'autre de D en E, en ſorte que la diſtance DE de 16 à 16, ſoit égale au même côté FG, & alors la diſtance BC de 54 à 54 donnera la longueur du côté KL homologue au côté FG, & l'on trouvera de la même façon le côté LM homologue au côté GH, & pareillement la hauteur NO homologue à la hauteur IP, & ainſi des autres, & la Pyramide KLMN ſera celle qu'on cherche, c'eſt-à-dire qu'elle ſera ſemblable à la Pyramide donnée FGHI, & que cette Pyramide FGHI ſera à la Pyramide KLMN, comme 16 à 54.

Démonſtration.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes DE, BC, AD, AB, ſont proportionnelles, & par 37. 11. que leurs cubes ſont auſſi proportionnels; & parce que les deux cubes AD, AB, ſont entre eux comme 16 à 54, par la conſtruction de la Ligne des Solides, les deux cubes DE, BC, ou FG, KL, ſeront auſſi entre eux comme 16 à 54, & par 8. 12. la Pyramides FGHI ſera à la Pyramide KLMN, auſſi comme 16 à 54, parce que ces deux Pyramides ſont ſemblables, par la conſtruction, & par *Def.* 9. 11. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop

grands, on prendra leurs ſoumultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : s'ils ſont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra, ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand ſolide n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs Racines cubiques éxactes, on ſe ſervira des ces Racines cubiques à la place des deux nombres donnez, mais au lieu de travailler ſur la Ligne des Solides, on travaillera ſur *la Ligne des Parties égales* : car ainſi les côtez homologues des deux Pyramides ſemblables ſeront dans la raiſon de ces Racines cubiques, & par 8. 11. les deux Pyramides ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez.

Enfin, ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de differente eſpece, on les réduira en deux autres fractions de même dénomination, & en négligeant le dénominateur commun, on ſe ſervira des deux numerateurs à la place des deux fractions données, pour travailler ſur la Ligne des Solides, comme il a été enſeigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à une Sphere donnée trouver une autre Sphere en raiſon donnée, en travaillant par le diametre de la Sphere donnée, pour avoir le diametre de la Sphere qu'on cherche ; & pareillement à un Cone ou à un Cylindre donné, trouver un Cone ou un Cylindre ſemblable en raiſon donnée, en travaillant par le diametre de la baſe & par la hauteur du Cone ou

du Cylindre donné, pour avoir le diametre de la base & la hauteur du Cone ou du Cylindre qu'on cherche.

On pourra aussi de la même façon à quelque autre Corps donné que ce soit, trouver un Corps semblable en raison donnée, en travaillant separément pour chaque côté du Solide donné, pour avoir le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut à l'aide de ce Problême augmenter ou diminuer un Solide donné, & par consequent une Sphere donnée, & aussi un Cone & un Cylindre donné, selon une raison donnée, parce que cette raison donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raison de deux Solides semblables donnez.

POrtez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Solides donnez sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à un même nombre tel que l'on voudra; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même Ligne des Solides la longueur, du côté homologue de l'autre Solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond, & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Solide, seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

Exemple.

Reprenons la Figure précedente, & qu'il faille trouver la raison des deux Pyramides semblables

données FGHI, KLMN. Supposons que les deux lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Ayant porté la longueur du côté FG de part & d'autre sur la Ligne des Solides au nombre 16 par exemple, en sorte que la distance DE de 16 à 16 soit égale au côté FG, laissez le Compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté KL homologue au côté FG, sur la même Ligne des Solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le nombre 54; cela étant, je dis que le Solide FGHI est au Solide KLMN, comme 16 à 54, dont la démonstration est la même que celle du Problème précedent.

SCOLIE.

Si le côté du plus grand Solide donné est trop grand, pour pouvoir être appliqué sur le Compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Solide donné sur la Ligne des Solides, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le Compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand Solide donné.

Mais si le côté du plus petit solide donné se trouve trop grand, pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Solides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même Ligne des Solides, & aussi le côté homologue du plus grand Solide donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Solides donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que ſi ces deux côtez homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiez, ou de leurs tiers : & pour ne pas tomber dans cette difficulté, ſi l'on peut, on ſe ſervira dans chaque Solide donné des deux côtez homologues les plus petits, lorſque les deux Solides donnez ſeront irreguliers.

Ce Probléme ſe peut auſſi réſoudre par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ſçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Solides donnez une troiſiéme Ligne proportionnelle, & à ces trois Lignes une quatriéme proportionnelle, comme il a été enſeigné au *Probl. VI de l'Uſage de la Ligne des Parties égales*, parce que par 33. 11. les nombres des parties égales que contiendront la premiere & la quatriéme proportionnelle, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on demande.

COROLLAIRE.

Comme les Spheres ſont dans la raiſon des cubes de leurs Diametres, par 18. 12. on voit aiſément que l'on peut par le moyen de ce Probléme trouver avec la même facilité la raiſon de deux Spheres données en ſe ſervant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues. Et pareillement on pourra trouver la raiſon de deux Cones, ou de deux Cylindres ſemblables donnez, en ſe ſervant des Diametres de leurs baſes, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que l'Angle des deux Lignes des Solides ſoit droit.

AYant pris ſur la Ligne des Solides depuis le centre du Compas de proportion, le côté du 15e Solide, appliquez-en la longueur ſur la même Ligne des Solides, de part & d'autre de 3 à 8, & le Compas de proportion ſe trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez à l'égard de la Ligne des Solides, parce que le quarré du côté du 15e Solide eſt à peu prés égal au quarré du côté du 3e Solide, & au quarré du côté du 8e Solide, ſans qu'il s'en manque ſeulement une milliéme partie de la longueur du Compas de proportion, ce qui eſt de petite conſequence pour la pratique, comme l'on peut voir dans la Table des Solides, qui vous fera connoître que l'on peut auſſi appliquer la longueur du plus grand & 64e Solide, priſe depuis le centre ſur la Ligne des Solides, de part & d'autre de 3 à 52, ou de 9 à 46, ou bien encore de 16 à 30, ſans que l'erreur ſoit ſeulement d'une milliéme partie de la longueur du plus grand Solide.

PROBLEME IV.

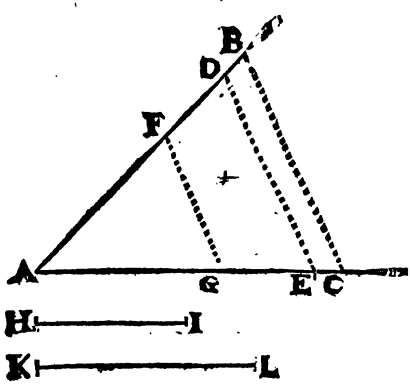
Trouver un Solide ſemblable & égal à deux Solides ſemblables donnez.

SUppoſant que l'un des côtez du premier Solide donné ſoit d'un nombre de Solides tel que l'on

voudra, appliquez-en la longueur sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à ce nombre supposé, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la longueur du côté homologue du second Solide donné sur la même Ligne des Solides, en sorte que cette longueur réponde de côté & d'autre à un même nombre : & alors la distance du nombre égal à la somme de ces deux nombres, prise de part & d'autre sur la Ligne des Solides, donnera le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Solide semblable & égal à deux Solides semblables donnez, dont deux côtez homologues soient les lignes H I, K L. Supposons que les lignes A B, A C, soient chacune la ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Supposons encore que les deux points F, G, soient chacun le point par exemple du 8e Solide, auquel on appliquera, si l'on veut, la longueur du côté H I, en sorte que la distance F G, de 8 à 8 soit égale à ce côté H I, pour appliquer ensuite sur la même Ligne des Solides la longueur de l'autre côté K L, de part



& d'autre de D en E, en ſorte que les points D, E, ſoient chacun également éloignez du centre A, c'eſt-à-dire d'un même nombre de Solides, qui ſoit par exemple 27; en ſorte que la diſtance D E de 27 à 27 ſoit égale à cet autre côté K L. Cela fait, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, je dis que la diſtance B C de 35 à 35, qui eſt la ſomme des deux nombres precedens 8, 27, qui expriment la raiſon des deux Solides donnez, eſt égale au côté homologue d'un Solide ſemblable & égal aux deux Solides donnez, dont deux côtez homologues ſont H I, K L.

Démonſtration.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables A B C, A F G, on a par 4. 6. cette analogie, A B, A F :: B C, F G : c'eſt pourquoi par 27. 11. on aura celle-cy $\overline{AB}^{3}$, $\overline{AF}^{3}$ :: $\overline{BC}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$, & ſi à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^{3}$, $\overline{AF}^{3}$, on met les deux Nombres 35, 8, qui ſont en même raiſon, parce que A B eſt le côté du 35e Solide, & A F le côté du 8 on aura cette autre analogie, 35, 8, $\overline{BC}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$, & en diviſant on aura celle-ci, 27, 8 :: $\overline{BC}^{3} - \overline{FG}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$, & ſi à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes A D, A F, qui ſont en même raiſon, parce que A D eſt le côté du 27e Solide, & A F, le côté du 8e, ou bien ſi à la place de ces deux $\overline{AD}^{3}$, $\overline{AF}^{3}$, on met les deux $\overline{DE}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$, qui ſont en même raiſon, à cauſe des Triangles iſoſceles ſemblables A D E, A F G, on aura cette autre analogie, $\overline{DE}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$ :: $\overline{BC}^{3} - \overline{FG}^{3}$, $\overline{FG}^{3}$, où l'on voit que le

cube DE, ou IK, eſt égal à la difference des deux BC, FG, ou HI, & par conſequent le cube BC, eſt égal à la ſomme des deux HI, KL. D'où il ſuit par 33. 11. que la ligne BC, eſt un côté homologue d'un Solide ſemblable & égal aux deux Solides ſemblables donnez, dont deux côtez homologues ſont les lignes HI, KL. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Pour n'avoir pas un nombre trop grand dans la ſomme des deux Nombres qui expriment la raiſon des deux Solides donnez, on donnera au côté du premier Solide donné un nombre de Solides le plus petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des Solides du côté homologue du ſecond Solide, ſoit auſſi plus petit, & qu'ainſi la ſomme de ces deux nombres, ſe puiſſe trouver ſur la Ligne des Solides.

COROLLAIRE.

Il ſuit aiſément de la pratique de ce Probléme, que l'on peut ajoûter enſemble plus de deux Solides ſemblables donnez, ſçavoir en ajoûtant enſemble les deux premiers, & en ajoûtant à la ſomme le troiſiéme, & ainſi en ſuite.

On peut auſſi facilement trouver une Sphere égale à pluſieurs Spheres données, en travaillant par leurs diametres conſiderez comme les côtez homologues d'autant de Solides ſemblables : & trouver pareillement un Cone, ou un Cylindre égal à pluſieurs Cones, ou à pluſieurs Cylindres donnez, ſçavoir en travaillant par les diametres de leurs baſes, & par leurs hauteurs, &c.

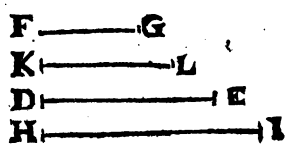
On peut auſſi à l'imitation de ce Probléme, trouver un Solide ſemblable & égal à la difference de

deux Solides ſemblables donnez, ſi au lieu d'ajoûter enſemble les deux nombres de leur raiſon, on ôte le plus petit du plus grand, &c.

LEMME.

Si de quatre Lignes les trois premieres ſont proportionnelles, & que le Cube de la troiſiéme ſoit égal au Solide ſous la premiere, & le Quarré de la quatriéme, ces quatre Lignes ſeront dans une proportion continuë.

JE dis que ſi des quatre lignes FG, KL, DE, HI, les trois premieres FG, KL, DE, ſont proportionnelles, & que le Solide $\overline{FG} + \overline{HI}$, ſous la premiere FG, & le quarré de la quatriéme HI, ſoit égal au Cube de la troiſiéme DE, ces quatre lignes FG, KL, DE, HI, ſeront continuellement proportionnelles.



Démonſtration.

Puiſque par la ſuppoſition le Solide $\overline{FG} + \overline{HI}$, eſt ſuppoſé égal au Cube DE, on aura par 34. 11. cette analogie, $\overline{FG}, \overline{DE} :: \overline{DE}, \overline{HI}$, & ſi on donne aux deux premiers termes FG, DE, la hauteur commune DE, on aura cette autre analogie, $\overline{FG}\,\overline{DE}, \overline{DE} :: \overline{DE}, \overline{HI}$, & ſi à la place du Plan $\overline{FG} + \overline{DE}$ on met le quarré KL, qui lui eſt égal, par 17. 6. à cauſe des trois proportionnelles FG, KL, DE, on aura cette autre analogie, $\overline{KL}, \overline{DE}, \overline{DE}$,

HI, où l'on voit par 22. 6. que les trois lignes KL, DE, HI, ſont proportionnelles : & parce que les trois lignes FG, KL, DE, ſont auſſi proportionnelles, par la ſuppoſition, il eſt de neceſſité que les quatre FG, KL, DE, HI, ſoient continuellement proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

PROBLEME V.

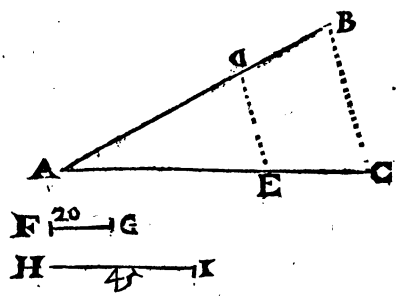
Entre deux Lignes données trouver deux moyennes proportionnelles.

AYant porté chacune des deux lignes données ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, ou ſur quelque autre Ligne diviſée en parties égales, pour ſçavoir le nombre des Parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grand ligne donnée de part & d'autre ſur la ligne des Solides du Compas de proportion, à un nombre égal à celui de ſes Parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Solides de côté & d'autre, la diſtance du nombre égal à celui des Parties égales de l'autre Ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite ligne donnée, une moyenne proportionnelle ſera la plus petite des deux moyennes qu'on cherche.

Exemple.

Qu'il faille trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne par éxemple 20 parties égales, & la plus grande HI, en contienne 45. Sup-

poſons que les lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre eſt A ; que les points B, C, ſoient chacun le 45 Solide, & les points D, E, chacun le 20 Solide. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne HI, ſur la Ligne des Solides, de part & d'autre aux points B, C, en ſorte que la diſtance BC de 45 à 45, ſoit égale à la plus grande ligne donnée HI, & alors la diſtance DE de 20 à 20 ſera la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'eſt-à-dire la troiſiéme des quatre continuellement proportionnelles, dont FG eſt la premiere, & HI la quatriéme ; & ſi entre cette troiſiéme trouvée DE, & la premiere FG, on trouve une moyenne proportionnelle, on aura la ſeconde.



Démonſtration.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette analogie, AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cauſe de BC égale à HI, par la conſtruction ; c'eſt pourquoi par 37. 11. on aura celle-ci, $\overline{AB}^{3}$, $\overline{AD}^{3}$ :: $\overline{HI}^{3}$, $\overline{DE}^{3}$, & ſi à la place des deux premiers termes $\overline{AB}^{3}$, $\overline{AD}^{3}$, on met les deux nombres 45, 20, qui ſont en même raiſon, par la conſtruction de la Ligne des So-

lides, ou bien si à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux lignes HI, FG, qui sont aussi en même raison, on aura cette autre analogie, HI, FG :: $\overline{HI}^3$, $\overline{DE}^3$, & enfin si aux deux premiers termes HI, FG, considerez comme des hauteurs, on donne la base commune $\overline{HI}^2$, on aura cette derniere analogie, $\overline{HI}^3$, $\overline{FG+HI}^2 \times \overline{HI}$ :: $\overline{HI}^3$, $\overline{DE}^3$, où l'on voit que le Solide $\overline{FG+HI}^2 \times \overline{HI}$ est égal au cube $\overline{DE}^3$. D'où il suit par le Lemme précedent que la ligne DE est la plus grande des deux moyennes proportionnelles qu'on cherche. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

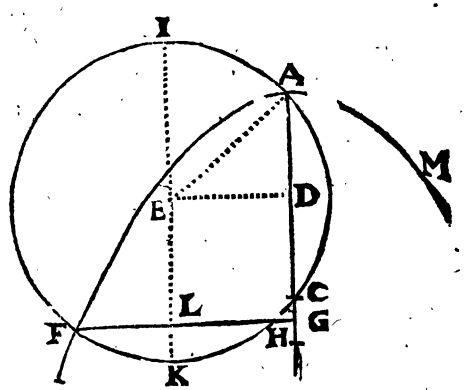
Si les nombres des Parties égales des deux lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitiez, ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des Triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Or comme l'usage de deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données, est absolument necessaire pour la réduction d'un Solide en cube, nous ajoûterons ici, pour finir agréablement ce Traité, une maniere facile de

Trouver géometriquement entre deux lignes données, deux moyennes proportionnelles.

Pour trouver deux moyennes proportionnelles entre les deux lignes données AB, AC, divisez l'une de ces deux, comme AC, en deux également, au point D, & lui tirez par ce point D, la

perpendiculaire D E, égale à la moitié de l'autre ligne donnée A B, pour décrire du centre E, par les points A, C, une circonference de cercle AIFK. Après cela décrivez par le point A, ſur l'axe A C, la Parabole F A M, dont le Parametre ſoit A C, & par la ſection F du cercle & de la Parabole, tirez la droite F G, perpendiculaire a l'axe A C, & les deux lignes A G, F G, ſeront les deux moyennes qu'on cherche, de ſorte que les quatre



lignes A B, A G, F G, A C, ſeront dans une continuelle proportion.

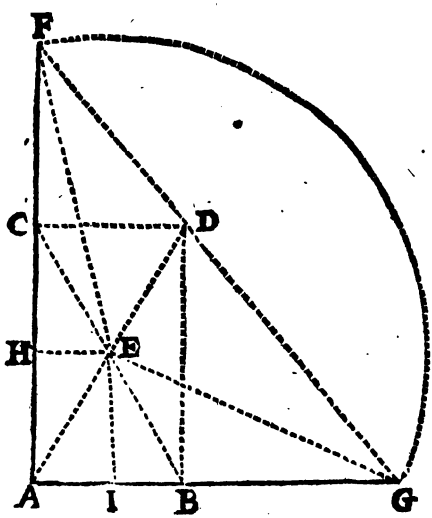
Démonſtration.

Car ſi on tire le Diametre I K perpendiculaire à la Ligne F G, ou paralelle à l'axe A B, les deux Lignes L F, L H, ſeront égales entre-elles, par 3. 3. enſuite de quoi on connoîtra aiſément, que la ſomme des deux lignes F G, G H, eſt égale à la Ligne A B.

Cela étant ſuppoſé, on conſiderera que par la

proprieté de la Parabole, on a cette analogie, AC, FG:: FG, AG, & que par la proprieté du Cercle, on a celle-ci, CG, GH :: FG, AG. C'eſt pourquoi on aura celle-ci, AC, CG :: FG, GH, & en compoſant on aura celle-ci, AC, AG :: FG, AB, parce que la ligne AB, eſt égale à la ſomme des deux FG, GH. De cette derniere analogie, & de la premiere il ſuit que les quatre lignes AB, AG, FG, AC, ſont dans une proportion continuë. Ce qu'il falloit démontrer.

Nous avons donné dans nôtre grand Traité d'Algebre, douze manieres differentes & tres-ſimples pour la ſolution de ce Probléme : mais comme celle-ci me ſemble la plus facile de toutes, outre que ce n'eſt pas ici le lieu d'en parler davantage, nous mettrons fin à ce Traité, pour venir plûtôt au ſuivant, aprés avoir dit que,



Comme il eſt incommode de tracer une Parabole toutes les fois que l'on veut trouver entre deux lignes données, deux moyennes en proportion continuë ; je veux ici vous enſeigner une autre methode pour la même fin, qui eſt indépendante du Compas de proportion, & que, bien qu'elle ſoit

méchanique, je prefere dans la pratique à toute autre, tant pour la juſteſſe, que pour ſa facilité.

Pour donc trouver entre les deux lignes données AB, AC, deux moyennes en continuelle proportion, l'on en fera le Parallelelogramme rectangle AB, CD, dont le centre E, ſe trouve dans la rencontre des Diagonales AD, BC, & l'on décrira de ce centre E, une circonference de cercle de telle grandeur, que la ligne droite FG tirée par les deux points F, G, où cette circonference coupe les deux lignes AB, AC, prolongées autant qu'il en ſera beſoin, paſſe par l'angle droit D : car alors les deux lignes FC, BG ſeront les deux moyennes qu'on cherche ; de ſorte que les quatre lignes AB, CF, BG, AC, ſeront dans une proportion continuë.

Démonſtration.

Si l'on tire du centre E, les deux Rayons EG, EF, & les droites EH, EI, perpendiculaires aux deux AB, AC, qu'elles diviſeront en deux également aux points H, I, à cauſe des deux Triangles iſoſceles AEC, AEB, l'on conſiderera que puiſque les deux lignes EF, EG, ſont égales entre elles, comme étant les Rayons d'un même cercle, leurs quarrez ſeront auſſi égaux, & la ſomme $\overline{EH}^2 + \overline{FH}^2$ ſera par conſequent égale à la ſomme $\overline{GI}^2 + \overline{EI}^2$, *par* 47. 1. C'eſt pourquoy, *par* 4. 2. la ſomme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$ ſera égale à la ſomme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$, & ſi l'on ôte de la ſomme $\overline{EH}^2 + \overline{FC}^2 + \overline{CH}^2 + 2HCF$, la ſom-

la ſomme $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, & de la ſomme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2 + \overline{BG}^2 + 2IBG$, la ſomme $\overline{EI}^2 + \overline{BI}^2$ égale à la ſomme précedente $\overline{EH}^2 + \overline{CH}^2$, chaque ſomme étant égale au quarré de la moitié de la Diagonale BC, *par* 47. 1. & que l'on change 2 HC en AC, & 2 BI en AB, l'on connoîtra que la ſomme $\overline{FC}^2 + ACF$ eſt égale à la ſomme $\overline{BG}^2 + ABG$, & *par* 3. 2. que le Rectangle AFC eſt égal au Rectangle AGB. D'où l'on tire par 14. 6. cette analogie AF, AG :: BG, CF, laquelle en changeant les deux premiers termes AF, AG, en ces deux BD, BG, qui ſont en même raiſon *par* 4. 6. à cauſe des deux triangles équiangles FAG, DBG, ſe changera en celle-ci, BD, BG :: BG, CF, qui fait connoître que les trois lignes BD, BG, CF, ou AC, BG, CF, ſont proportionnelles : & ſi l'on change les deux premiers termes BD, BG, de l'analogie précedente, aux deux CF, CD, qui ſont en même raiſon, *par* 4. 6. à cauſe des deux triangles équiangles FCD, DBG, l'on aura cette autre analogie, CF, CD :: BG, CF, par où l'on connoît que les trois lignes BG, CF, CD, ou BG, CF, AB, ſont auſſi proportionnelles, & que par conſequent les quatre AC, BG, CF, AB, ſont continuellement proportionnelles. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VI.

On demande de trouver le côté d'un cube égal au Parallelipipede H B C, dans laquelle H signifie ſa hauteur, & B, C, les dimenſions de la baſe.

POur cela il faut chercher une moyenne proportionnelle entre les deux dimenſions B & C de la baſe que nous nommerons M; enſuite entre cette moyenne M & la hauteur H il faut chercher deux moyennes proportionnelles P & S, la premiere P, ſera le côté du cube égal au parallelipipede, c'eſt-à-dire que PPP = HBC.

Demonſtration.

Puiſque M eſt moyenne entre B & C, on aura B, M :: M, C. D'où l'on tire MM = BC, & en multipliant par H, il vient MMH = BCH: Et comme P & S ſont moyennes continuës entre M & H, nous avons = M, P, S, H; ce qui donne MH = PS, MS = PP; D'où l'on tire $\frac{MH}{P} = S$ & $S = \frac{PP}{M}$: Partant $MH = \frac{PP}{M}$ & $MMH = \frac{PPP}{M}$: D'où l'on voit que PPP = BCH, Puiſque MMH = BCH: Donc la premiere des deux moyennes eſt le côté du cube que l'on cherche.

USAGE DE LA LIGNE DES METAUX.

PROBLEME I.

Etant donné le diametre d'une Sphere quelconque faite de l'un des ſix Métaux, par exemple, d'argent, trouver le diametre d'une Sphere d'or de même poids.

IL faut prendre le diametre donné, & ouvrir le Compas de proportion aux points où ſont marquez le caractere de l'Argent, de la grandeur de ce diametre; & ſi l'on prend alors l'ouverture qui répond au caractere de l'Or, elle ſera le diametre que l'on cherche.

Démonſtration.

Par la conſtruction de la ligne des Métaux, les diſtances depuis le centre de la charniere, juſqu'aux caracteres de ces Métaux, ſont des diametres de corps ſemblables & d'égale peſanteur, qui ſeroit fait de ces Métaux; & comme les ouvertures qui répondent à ces Métaux ſont en même raiſon que ces diametres, formant avec eux des triangles ſemblables: Il s'enſuit qu'elles ſont auſſi des diametres de corps ſemblables égaux en peſanteur & fait de ces Métaux: Donc que l'ouverture qui répond au caractere de l'Or, eſt le diametre que l'on cherche.

PROBLEME II.

L'on demande de trouver le rapport ſpecifique des ſix Métaux, par exemple, de l'Argent à l'Or.

IL faut prendre ſur la ligne des Métaux le diametre de l'Argent & le porter à une ouverture des Solides, comme, par exemple au 50e. enſuite ſans changer l'ouverture du Compas de proportion, il faut porter le diametre de l'Or pris ſur la ligne des Métaux, enſorte qu'il convienne à quelqu'un des Solides, comme il arrive ici à peu prés au 27e Solide; c'eſt ce qui fait voir que la peſanteur ſpecifique de l'Argent, eſt à celle de l'Or comme 27 eſt à 50 & quelque choſe de plus à cauſe que l'ouverture ne s'eſt point rencontrée préciſément au 27e Solide.

Démonſtration.

Nous ſçavons par la conſtruction de la ligne des Métaux que leurs peſanteurs ſpecifiques ſont en raiſon réciproque des cubes de leurs diametres marquez ſur cette ligne; & comme on a porté ſes diametres à l'ouverture des ſolides celui d'Argent au 50e, & que celui d'Or s'eſt trouvé convenir au 27e. Solide, il eſt clair que ces deux ouvertures formant des triangles ſemblables avec les diametres des Solides 50 & 27 qu'elles ſeront en même raiſon; & comme le cube de ces diametres ſont entre-eux en même raiſon que le 50e & le 27e Solide, il eſt clair encore que les cubes des ouvertures qui répondent à ces deux Solides ſont auſſi dans la même raiſon qu'eux, mais les cubes de ces ouvertures qui ſont les diametres de

l'Argent & de l'Or, expriment en raiſon inverſe, le rapport de leurs gravitez ſpecifiques : Donc que le 50e & le 27e Solides expriment auſſi en raiſon inverſe leurs gravitez ſpecifiques, par conſequent à celle de l'Argent & à celle de l'Or, comme 27 eſt à 50.

PROBLEME III.

Ayant un corps fait de l'un des ſix Métaux comme d'Etain, d'un poids, par exemple de 36 livres, l'on demande le poid d'un corps d'Argent, qui ſeroit de même volume que celui d'Etain.

POur le trouver ouvrez le Compas de proportion enſorte que ſon ouverture au 36e Solide ſoit égale au diametre pris ſur la ligne des Métaux qui convient à l'Argent, & portez enſuite le diametre qui eſt celui de l'Etain à l'ouverture des Solides, en remarquant auquel il convient, ſans changer l'ouverture du Compas de proportion qui eſt ici au 50e, & quelque choſe de plus : Cela étant, je dis que le poids du corps d'argent de même volume que celui d'Etain qui peſe 36 livres, en pefera 50.

Démonſtration.

Ayant fait voir dans la démonſtration précedente, que les Solides auſquels répondent les diametres des Métaux, expriment dans un ordre renverſé, le rapport de la peſanteur ſpecifique de ces Métaux : Il s'enſuit que le diametre de l'Argent étant l'ouverture du 36e corps, & que celui d'Etain s'étant trouvé convenir à peu prés au 50e, la peſanteur des gra-

vitez ſpecifiques de ces deux corps ſont entr'elles comme 50 eſt à 36, & à cauſe que la peſanteur du corps d'Etain eſt de 36 livres, celle d'Argent ſera par conſequent de 50 livres.

PROBLEME IV.

L'on demande de trouver le rapport du poids de deux corps ſemblables dont l'un ſoit, par exemple d'Etain, & l'autre d'Argent, leur diametre étant donné.

POur cela ouvrez le Compas de proportion de maniere que l'ouverture des points des caracteres de l'Etain ſoit égale au diametre de la boule d'Etain, & ſans changer cette ouverture prenez celle qui répond au ſigne del'Argent, ſi elle ſe trouve plus grande ou plus petite que le diametre de la boule d'Argent cette boule ſera plus ou moins peſante que celle d'Etain, car par la conſtruction de la ligne des Métaux elle ſeroit de même poids que celle d'Etain, ſi ſon diametre étoit égal à cette ouverture: D'où l'on voit que ſi l'on porte cette ouverture ſur l'ouverture de quelque Solide, & qu'enſuite l'on cherche à quel Solide convient le diametre du corps d'Argent, les Solides alors marqueront leur rapport, & par conſequent celui de la boule d'Argent à celuid'Etain, ceci n'a pas beſoin d'être démontré.

PROBLEME V.

Le diametre d'une Sphere de Cuivre & ſon poids de dix livres étant donné, l'on demande de trouver le diametre d'une Sphere d'Or peſant 15 livres.

IL faut chercher une boule d'Or égale à celle de cuivre par le Problême I. & ouvrir le Compas de proportion au 10e Solide, de la grandeur de ce diametre ; & ſi l'on prend l'ouverture du 15e Solide, elle ſera le diametre que l'on cherche, comme il eſt aiſé à démontrer.

REMARQUE.

L'on peut faire ſur tous les corps ſemblables de quelques Métaux qu'ils ſoient des ſix, ce que nous avons fait en particulier ſur des ſpheriques, en ſe ſervant de leur côté homologue, comme nous nous ſommes ſervis des diametres.

Quand à l'uſage de la ligne du poids des boulets, l'on ſent aſſez qu'il faut porter deſſus la longueur de leur diametre pour en connoître le poids ; il en eſt de même pour celle du calibre des Canons.

TRAITE'
DE LA DIVISION
DES CHAMPS.

LA diviſion des Champs ſert pour partager une piece de terre entre deux ou pluſieurs perſonnes, en ſorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra. Pour proceder par ordre, nous commencerons par le Triangle, qui eſt la premiere des Figures, pour aller enſuite aux Figures de quatre côtez, & aprés aux Polygones, comme vous allez voir dans les Chapitres ſuivans.

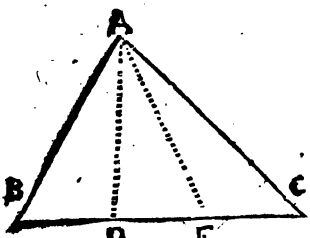
CHAPITRE I.

De la diviſion des Triangles.

PROBLEME I.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de Parties égales qu'on voudra, par des lignes tirées de l'angle donné* A.

SI vous le voulez diviſer en trois Triangles égaux, par éxemple, diviſez le côté BC oppoſé



à l'angle A, en trois parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois Triangles BAD, DAE, EAC, seront égaux par 38. 1.

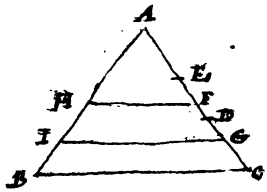
SCOLIE.

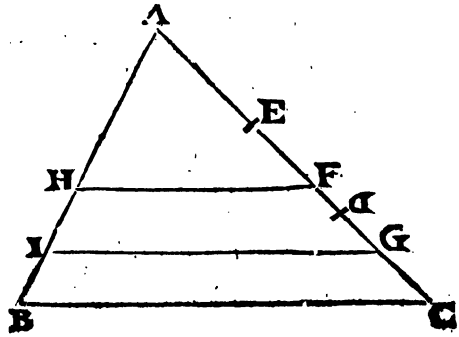
Il eſt évident par 1. 6. que ſi on vouloit diviſer le Triangle donné ABC, en pluſieurs Parties inégales ſelon une raiſon donnée, il faudroit diviſer le côté BC, ſelon cette même raiſon, en autant de Parties inégales.

PROBLEME II.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de Parties égales qu'on voudra, par des lignes paralleles au côté* BC.

SI vous le voulez diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez l'un des deux autres côtez AB, AC, comme AG, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même côté AC, aux deux points F, G, enſorte que la Partie AF ſoit moyenne proportionnelle entre AC, CD, & la Partie AG moyenne proportionnelle entre AC, CE. Aprés cela tirez par les deux points F, G, au côté BC, les paralleles FH, GI, leſquelles diviſeront le Triangle propoſé ABC, en trois parties égales.





Démonſtration.

ahf. abc :: af². ac².
cd. af :: af. ac.
ac × cd = af²
ahf. abc :: ac × cd. ac²
ahf. abc :: cd. ac.

Car puiſque les deux Triangles A H F, A B C, ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des Quarrez A F, A C, qui eſt la même que celle des Lignes C D, A C, à cauſe des trois proportionnelles C D, A F, A C, & parce que C D eſt le tiers de A C, le Triangle A H F eſt auſſi le tiers du Triangle A B C.

aig. abc :: ag². ac².
ce. ag :: ag. ac.
ce × ac = ag².
aig. abc :: ce × ac. ac².
aig. abc :: ce. ac.

Pareillement de ce que les Triangles A I G, A B C, ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des Quarrez A G, A C, qui eſt la même que celle des lignes C E, A C, à cauſe des trois proportionnelles C E, A G, A C, & parce que C E eſt les deux tiers de A C, le Triangle A I G eſt auſſi les deux tiers du Triangle A B C. D'où il eſt aiſé de conclure que les deux Trapezoïdes B I G C, H I G F, ſont chacun le tiers du même Triangle A B C, & qu'ainſi le Triangle propoſé A B C eſt diviſé en trois Parties égales par les deux lignes G I, F H, qui ſont paralleles au côté B C. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

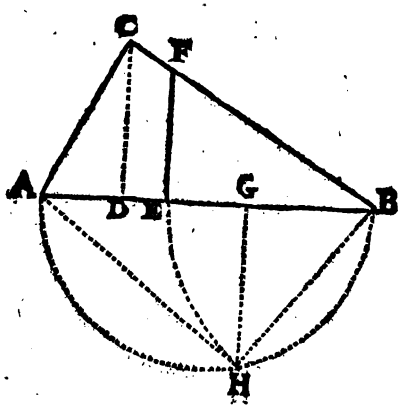
SCOLIE.

Si on vouloit diviſer le Triangle A B C, en deux fois plus de parties, il faudroit diviſer en deux également le Triangle A H F, par une ligne parallele au côté H F, comme il vient d'être enſeigné, & auſſi en deux également chacun des deux Trapezoïdes H I G F, I B C G, par une ligne parallele au côté I G, comme il ſera enſeigné au Probl. X. Ch. II.

PROBLEME III.

Diviſer en deux également le Triangle A B C, *par une ligne perpendiculaire au côté* A B.

AYant diviſé le côté A B en E, enſorte que le Quarré B E ſoit égal à la moitié du Rectangle ſous le côté A B, & le ſegment B D terminé par la perpendiculaire C D, tirez du point E, au côté A B, la perpendiculaire E F, qui diviſera en deux également le Triangle propoſé A B C.



Démonſtration.

Dans les Triangles ſemblables C D B, F E B, on a cette analogie, B D, C D :: B E, E F, c'eſt pourquoi ſi aux deux premiers termes B D, C D, on donne la hauteur commune A B, & aux deux derniers la hauteur commune B E, on aura celle-ci, A B D, A B C D :: $\overline{BE}^2$, B E F, où l'on voit que puiſque le Rectangle A B D eſt double du Quarré B E, il faut que le Rectangle A B C D ſoit auſſi double du Rectangle B E F, & en prenant leurs moitiez, on connoîtra que le Triangle A B C eſt double du Triangle F E B. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Pour trouver le point E, diviſez le ſegment B D en deux également au point G, & tirez par ce point G au même ſegment B D, la perpendiculaire G H, qui ſera terminée en H par un demi-cercle décrit à l'entour du côté A B, & il n'y aura plus qu'à faire B E égale à B H, dont le Quarré, ou le Rectangle A B G, eſt bien la moitié du Rectangle A B D.

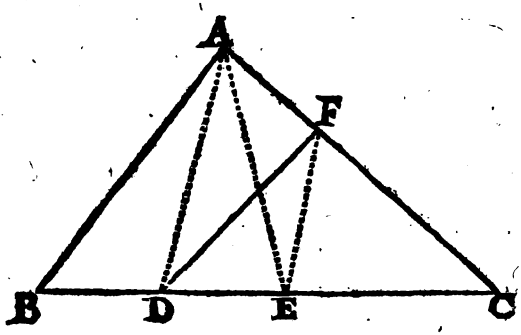
SCOLIE.

On peut de la même façon diviſer le Triangle donné A B C, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des lignes perpendiculaires au côté A B: comme ſi on le vouloit diviſer, par exemple, en trois Parties égales, il faudroit premierement prendre la ligne B G, égale au tiers du ſegment B D, pour avoir le Quarré B E, égal au tiers du Rectangle A B D, & par conſequent le Triangle B E F égal au tiers du propoſé A B C. Il faudroit enſuite prendre la ligne B G égale aux deux tiers du ſegment B D, &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au-de-là du point C.

PROBLEME IV.

Diviſer le Triangle donné A B C, *en deux également par une Ligne tirée du point donné* D *ſur le côté* B C.

AYant tiré du point donné D, à l'angle oppoſé A, la droite A D, tirez par le point E,



milieu de B C, à la ligne A D, la parallele E F, & menez la droite D F, qui diviſera le Triangle propoſé A B C, en deux également.

Demonſtration.

Car ſi on joint la droite A E, on connoîtra par 1. 6. que le Triangle B A E eſt la moitié du Triangle A B C, & parce que le Trapeze A B D F eſt egal au Triangle B A E, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, il s'enſuit que le Trapeze A B D F eſt auſſi la moitié du Triangle A B C, & qu'ainſi le Triangle propoſé A B C ſe trouve diviſé en deux également par la droite D F. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

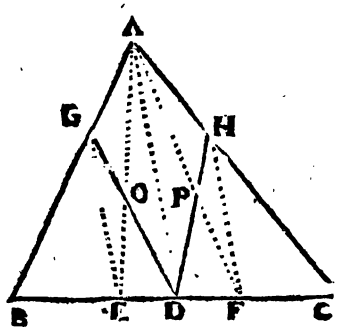
SCOLIE.

On peut par cette maniere diviſer le Triangle donné A B C en pluſieurs parties égales par pluſieurs lignes tirées du point D : comme ſi on le vouloit diviſer en trois parties égales, il faudroit faire B E égale au tiers de B C, pour avoir le Trapeze ABDF égal au tiers du Triangle A B C, & enſuite faire B E égale aux deux tiers de BC, &c. Mais cela ſe concevra mieux dans le Probléme ſuivant.

PROBLEME V.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de parties égales que l'on voudra, par des Lignes tirées du point donné* D, *ſur le côté donné* B C.

POur le diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez le côté donné B C, auſſi en trois Parties égales aux deux points E, F, & ayant tiré la droite A D, tirez-lui par les deux points E, F, les paralleles E G, F H, pour avoir ſur les côtez A B, A C, les deux points G, H, par leſquels on tirera au point donné D, les droites D G, D H, qui diviſeront le Triangle propoſé A B C en trois parties égales.



Démonſtration.

Car ſi on mene les droites A E, A F, on connoîtra par 1. 6. que chacun des deux Triangles B A E, C A F, eſt le tiers du Triangle A B C, & parce que le Triangle B A E, eſt égal au Triangle B G D, à cauſe des Triangles égaux G O A, D O E, parties des Triangles égaux G A E, G D E, le Triangle B G D, ſera auſſi le tiers du Triangle A B C. Par un ſemblable raiſonnement, on connoîtra que le Triangle C A F, eſt auſſi égal au Triangle D H C, à cauſe des deux Triangles égaux A P H, D P F, parties des Triangles égaux A F H, D F H, & que par conſequent le Triangle D H C, eſt auſſi le tiers du Triangle A B C. D'où il ſuit que le Trapeze A G D H eſt auſſi le tiers du même Triangle A B C, & qu'ainſi les deux lignes D G, D H, diviſent le Triangle propoſé A B C, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer

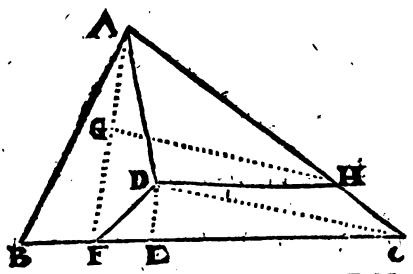
SCOLIE.

Si on vouloit diviſer le Triangle donné A B C en deux fois plus de parties, on devroit diviſer par *Problême I.* chacun des deux Triangles D G B, D H C, en deux également par des lignes tirées de l'Angle D, & auſſi le Trapeze A G D H, en deux également par une ligne tirée du même Angle D, comme il ſera enſeigné au *Problême VII. Chap. II.*

PROBLÉME. VI.

Tirer du point donné D, *au-dedans du Triangle donné* ABC, *trois lignes, en ſorte que l'une paſſe par l'Angle donné* A, *& que les trois diviſent le Triangle donné* ABC, *en trois parties égales.*

AYant fait BE, égal au tiers de BC, tirez à la ligne DE, par l'angle donné A, la parallele AF, & à la ligne DC, par le point G, milieu de AF, la parallele GH. Enfin tirez du point donné D, par les trois points A, F, H, les lignes DA, DF, DH, qui diviſeront le Triangle propoſé ABC, en trois parties égales.



Démonſtration.

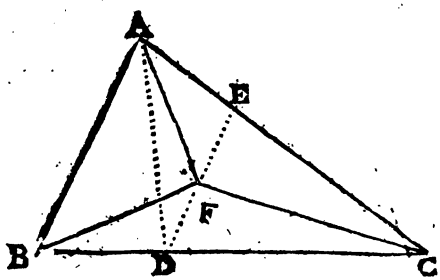
Car eſt il déja bien évident que le Trapeze ABFD eſt le tiers du Triangle ABC, & nous démontrerons au *Probléme VII. Chap. II.* que l'autre Trapeze ACFD, eſt diviſé en deux également par la droite DH. D'où il ſuit que le Triangle propoſé ABC, ſe trouve ainſi diviſé en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PRO-

PROBLEME VII.

Diviſer le Triangle donné A B C, *en trois parties égales, par trois lignes tirées aux trois Angles* A, B, C.

AYant pris ſur l'un des côtez, comme ſur B C, ſa troiſiéme partie B D, tirez par le point D, au côté adjacent A B, la parallele D E, & par



ſon point de milieu F, tirez les trois lignes F A, F B, F C, qui diviſeront le Triangle propoſé A B C, en trois parties égales.

Démonſtration.

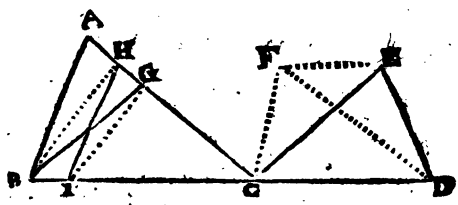
Car il eſt déja bien évident que le Triangle A F B, eſt le tiers du Triangle A B C, parce qu'il eſt égal au Triangle A B D, qui eſt le tiers du Triangle A B C, par 1. 6. Il eſt évident auſſi que chacun des deux autres Triangles A F C, B F C, eſt le tiers du même Triangle A B C, parce qu'ils ſont égaux entre eux, à cauſe des deux Triangles égaux C F D, C F E, & des deux égaux A F E, B F D, par

38. 1. D'où il suit que les trois lignes FA, FB, FC, divisent le Triangle proposé ABC, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *& ayant un Angle égal à l'un de ceux du Triangle donné* ABC.

AYant fait au point D, l'angle CDF, égal à l'angle ACB, par la droite DF, qui sera terminée en E, par la ligne EF, parallele au côté CD,



faites CI égale à DF, & CH égale à CD, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CIH égal au Triangle CDE.

Démonstration.

Car on connoît par 4. 1. que le Triangle CIH est égal au Triangle CDF; & parce que le Triangle CDF est égal au Triangle CDE par 37. 1. il suit que le Triangle CIH, est aussi égal au Triangle CDE. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME IX.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une ligne tirée de l'angle donné* B.

AYant fait une conſtruction ſemblable à celle du Probléme précedent, & de plus ayant tiré par le point I, à la ligne BH, la parallele IG, menez la droite BG, qui retranchera le Triangle CBG, égal au donné CDE.

Démonſtration.

Car à cauſe des deux paralleles CD, EF, le Triangle DCF, eſt égal au donné CDE, par 37. 1. & à cauſe des quatre proportionnelles CB, CH, CI, CG, ou CB, CD, DF, CG, & des deux angles égaux BCG, CDF, le Triangle BGC, ſera égal au Triangle CFD, & par conſequent au donné CDE, par 15. 6. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME X.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une ligne tirée par le point* I *donné ſur le côté* BC.

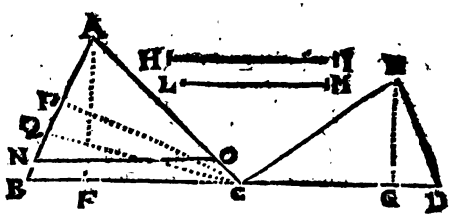
AYant fait au point D, l'angle CDE, égal à l'angle ACB, par la droite DF, terminée en F, par la ligne EF, parallele au côté CD, cherchez aux trois lignes IC, CD, DF, une quatriéme

proportionnelle CH, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CHI, égal au donné CDE, & la démonſtration s'en fera comme au Probléme précedent.

PROBLEME XI.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une ligne parallele au côté donné* BC.

AYant trouvé entre la baſe BC, & la hauteur AP une moyenne proportionnelle HI, & pareillement entre la baſe CD, & la hauteur EG, une moyenne proportionnelle LM, cherchez aux trois lignes



HI, LM, AB, une quatriéme proportionnelle AN; & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallele NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

Démonſtration.

Car puiſque les quatre lignes HI, LM, AB, AN, ſont proportionnelles, on aura cette analogie $\overline{HI}^2, \overline{LM}^2 :: \overline{AB}^2, \overline{AN}^2$, & ſi à la place du quarré

HI, on met le Rectangle AFBC, qui lui eſt égal, à cauſe des trois proportionnelles, AF, HI, BC, & à la place du quarré LM, le Rectangle EGCD, qui lui eſt égal, parce que la ligne LM à été faite moyenne proportionnelle entre les deux EG, CD, & enfin qu'à la place des deux quarrez AB, AN, on mette les Triangles ſemblables ABC, ANO, qui ſont en même raiſon, par 19. 6. On connoîtra que le Rectangle AFBC, eſt au Rectangle EGCD, comme le Triangle ABC, au Triangle ANO, & encore ſi à la place des deux Rectangles AFBC, EGCD, on met leurs moitiez, ou les Triangles ABC, CDE, on connoîtra que les quatre Triangles ABC, CDE, ABC, ANO, ſont proportionnels, & que par conſequent le Triangle ANO doit être égal au Triangle donné CDE. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

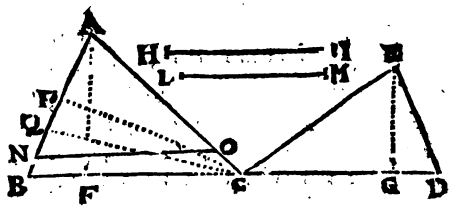
SCOLIE.

Ce Problême ſe peut réſoudre autrement & plus facilement en cette ſorte. Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hauteur EG, & à la baſe CD, une quatriéme proportionnelle AQ, cherchez entre AB, AQ, une moyenne proportionnelle AN, & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallele NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

Démonſtration.

Car puiſque les quatre lignes CP, EG, CD, AQ, ſont proportionnelles, le Rectangle CPAQ, ſera égal au Rectangle CDEG, c'eſt pourquoi leurs moitiez, ou les Triangles AQC, CDE, ſeront auſſi égaux: & parce que les Triangles ſemblables ABC, ANO, ſont dans la raiſon des quarrez AB, AN, qui eſt la même que celle des lignes AB, AQ, ou des Trian-

gles ABC, AQC, le Triangle ANO, ſera égal au



Triangle AQC, & par conſequent au Triangle donné CDE.

Nous pourrions ajoûter ici pluſieurs autres Problémes touchant la diviſion des Triangles, par des lignes tirées d'un point donné au-dedans ou au-dehors du Triangle propoſé : mais comme ces ſortes de Problémes ſont plus curieux qu'utiles, & que leur conſtruction eſt plus embaraſſée, nous les laiſſerons, pour venir plûtôt à la diviſion des Figures de quatre côtez.

CHAPITRE II.

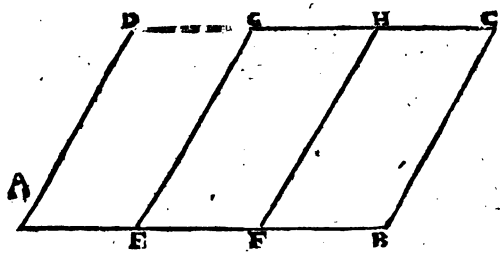
De la diviſion des Quadrangles.

PROBLEME I.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, *en autant de parties égales qu'on voudra, par des lignes paralleles au côté donné* AD, *ou* BC.

SI vous le voulez diviſer en trois parties égales, par éxemple, diviſez le côté AB, en trois également aux points E, F, par où vous tirerez à

l'autre côté AD, les paralleles EG, FH, qui di-

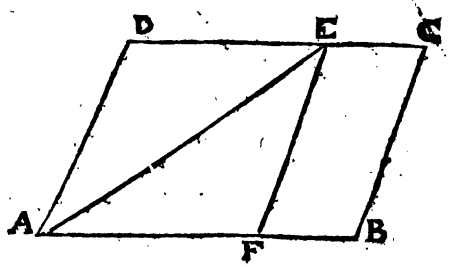


viseront le parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales, comme il est évident par 36. 1.

PROBLEME II.

Diviser le parallelogramme donné ABCD, *en trois parties égales, en commençant par l'Angle donné* A.

AYant fait les deux lignes CE, BF, égales chacune au tiers du côté AB, menez les droi-



tes AE, EF, qui diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales.

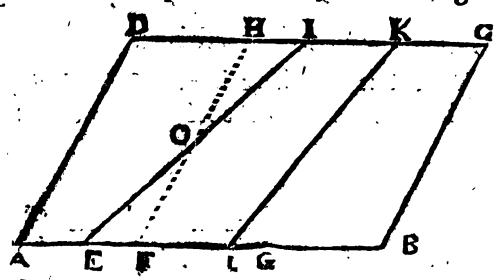
Démonſtration.

Car il eſt déja bien évident par 1. 6. que le Parallelogramme E F B C, eſt le tiers du propoſé A B C D, & par 34. 1. que l'autre A D E F eſt diviſé en deux également par la Diagonale A E. Donc, &c.

PROBLEME III.

Diviſer le Parallelogramme donné A B C D, *en trois parties égales, en commençant par le point* E *donné ſur le côté* A B.

AYant diviſé le côté A B, en trois parties égales aux points F, G, & ayant tiré par le point F, au côté A B, la parallele F H, faites D I égal à E G



& diviſez I C, en deux également au point K, & E B, en deux également au point L, pour tirer les droites E I, K L, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé A B C D, en trois parties égales.

Démonſtration.

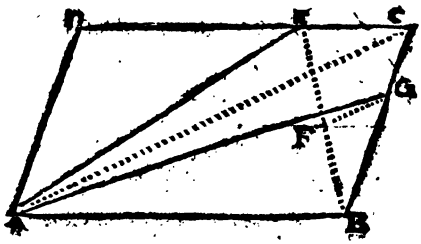
Car ſi l'on tire par le point F, au côté A D, la

parallele F H, la ligne D H ſera égal à la ligne A F, & par conſequent à la ligne F G, & ſi des deux lignes égales E G, D I, on ôte les deux égales F G, D H, il reſtera la ligne E F égale à la ligne H I, ce qui fait que les deux Triangles équiangles O E F, O H I, ſont égaux par 26. 1. & que par conſequent le Trapezoïde A E I D, eſt égal au parallelogramme A F H D, & conſequemment au tiers du parallelogramme propoſé A B C D: & parce que l'autre Trapezoïde E B C I, ſe trouve diviſé en deux également par la droite K L, comme nous démontrerons au Problême VI. il s'enſuit que le Parallelogramme propoſé A B C D, eſt diviſé en trois parties égales par les lignes I E, K L. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME IV.

Diviſer le Parallelogramme donné A B C D, *en trois parties égales, par deux lignes tirées de l'Angle donné* A.

AYant fait la ligne C E égale au tiers du côté C D, & ayant tiré par le point F milieu de la ligne B E à la Diagonale A C, la parallele F G, me-



nez les deux lignes A E, A G, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé A B C D en trois parties égales.

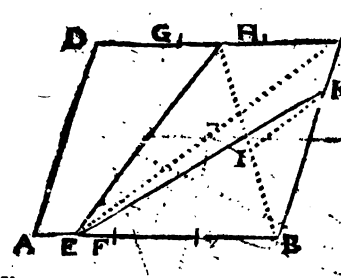
Démonſtration.

Car il a été démontré au Probléme II. que le Triangle ADE eſt égal au tiers du Parallelogramme propoſé ABCD, & il ſera démontré au Probléme VII. que la ligne AG diviſe le Trapeze ABCE en deux également. D'où il ſuit que les lignes AE, AG, diviſent le Parallelogramme propoſé ABCD en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD *en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné* E *ſur le côté donné* AB.

AYant fait les lignes AF, DG, égales chacune au tiers du côté AB, & la ligne GH égale à la ligne EF, tirez par le point I, milieu de la ligne BH, à la ligne EC, la parallele IK, & menez les deux lignes EHEK, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales.



Démonſtration.

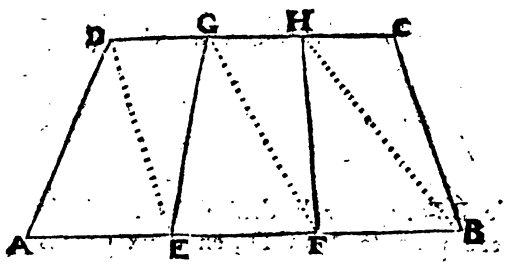
Car il a été démontré au Problême III. que le

Trapezoïde AEHD, eſt le tiers du Parallelogramme ABCD, & le reſte ſe démontrera au Problême VII.

PROBLEME VI.

Diviſer le Trapezoïde donné ABCD, *en autant de parties égales qu'on voudra.*

SI vous le voulez diviſer, par éxemple, en trois parties égales, diviſez chacun des côtez paralleles AB, CD, en trois parties égales aux points

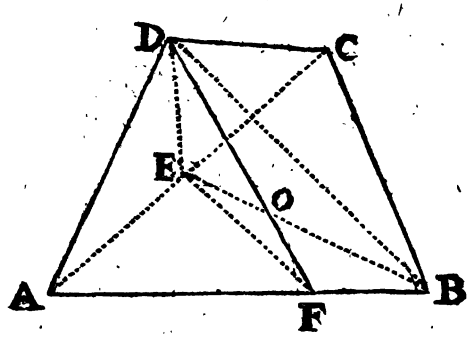


E, F, G, H, & menez les droites EG, FH, qui diviſeront le Trapezoïde propoſé ABCD, en trois parties égales, puiſque ces trois parties ſont compoſées de Triangles égaux, &c.

PROBLEME VII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également par une ligne droite tirée de l'Angle donné* D

AYant tiré par le point E, milieu de la Diagonale AC, la droite EF, parallele à l'autre Dia-



gonale BD, menez la droite DF, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux parties égales.

Démonſtration.

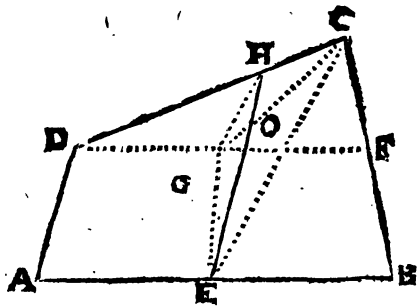
Car ſi aux Triangles égaux DEA, DEC, on ajoûte les Triangles égaux AEB, CEB, on aura le Trapeze ADEB, égal au Trapeze CDEB, & à cauſe du Trapeze ADEB, égal au Triangle ADF, & du Trapeze CDEB égal au Trapeze CDFB, parce que les deux Triangles DEO, BFO, ſont égaux, comme l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux DEB, DFB, le Triangle commun DOB, il s'enſuit que le Triangle ADF, eſt égal au Trapeze CDFB, & qu'ainſi la ligne DF diviſe le Trapeze donné ABCD,

en deux également. Ce qu'il falloit faire & démontrer

PROBLEME VIII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également par une ligne droite tirée au point* E, *milieu du côté* AB.

AYant tiré par l'angle D, au côté donné AB, la parallele DF, tirez par ſon point du milieu



G à la ligne EC, la parallele GH, & menez la droite EH qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux également.

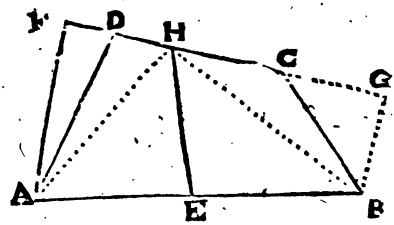
Démonſtration.

Car ſi aux deux Trapezoïdes AEGD, BEGF, qui ſont égaux par le Problême VI. on ajoûte les Triangles GCD, GCF, qui ſont auſſi égaux, par 38. 1. on aura le Pentagone AEGCD égal au Trapeze EGCB, ou le Trapeze AEHD égal au Trapeze EHCB, à cauſe des deux Triangles égaux EGO, CHO, com-

me l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux EGC, EHC, le Triangle commun EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

SCOLIE.

Ce Probléme ſe peut réſoudre autrement, & tres-facilement en cette ſorte. Ayant tiré des deux points, A, B, ſur le côté CD, les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois lignes AF + BG, BG, CD, une quatriéme proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux parties égales.



Démonſtration.

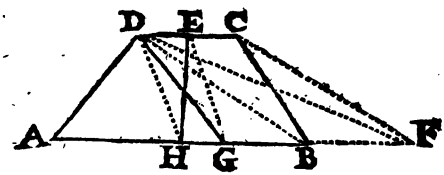
Car puiſque par la conſtruction, nous avons cette Analogie, AF + BG, BG :: CD, DH, en diviſant, on aura celle-cy, AF, BG :: CH, DH, & le Rectangle AFDH ſera égal au Rectangle BGCH, & par conſequent le Triangle AHD au Triangle BHC; & à cauſe de l'égalité des deux Triangles AEH, BEH, il s'enſuit que le Trapeze ADHE eſt égal au Trapeze BCHE, & qu'ainſi la ligne EH diviſe le Trapeze propoſé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Ce même Probléme ſe peut auſſi réſoudre par le moyen du ſuivant qui eſt plus general.

PROBLEME IX.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également par une ligne droite tirée du point* E *donné ſur le côté* CD.

AYant tiré de l'Angle C, à la Diagonale BD, la parallele CF, qui rencontre le côté AB, prolongé en F, diviſez AF en deux également au



point G, & ayant tiré de l'Angle D à la ligne EG la parallele DH, menez la droite EH, qui diviſera en deux également le Trapeze propoſé ABCD.

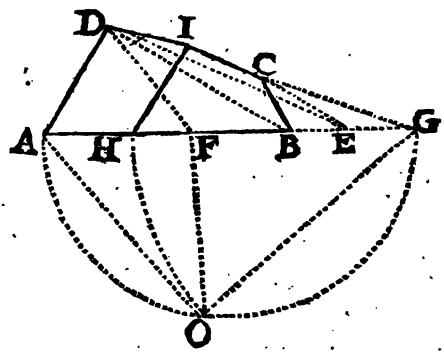
Démonſtration.

Car à cauſe du Triangle ADF égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre Géometrie pratique, ſa moitié ou le Triangle ADG ſera auſſi la moitié du Trapeze ABCD: & parce que ce même Triangle ADG, eſt égal au Trapeze ADEH, à cauſe des paralleles EG, DH, il ſuit que ce Trapeze ADEH, eſt auſſi la moitié du donné ABCD, & que par conſequent la ligne DG diviſe le Trapeze donné ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME X.

Diviſer le Trapeze donné A B C D, *en deux également par une ligne parallele au côté donné* A D

AYant tiré par l'Angle C, à la Diagonale D B, la parallele C E, qui rencontre ici le côté A B prolongé en E, & ayant diviſé A E en deux également au point F, prolongez le côté C D, juſqu'à ce qu'il rencontre le côté A B prolongé en G, & abaiſ-



ſez du point F, ſur A G la perpendiculaire F O, qui ſera finie en O, par un demi-cercle décrit à l'entour de AG. Faites enfin GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI, qui diviſera le Trapeze propoſé A B C D en deux parties égales.

Démonſtration.

Car à cauſe du Triangle A D E, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons demontré dans nôtre Geome-

Geometrie pratique, ſa moitié ou le Triangle ADF, ſera égal au Trapeze BCDF : & parce que le Triangle AOG eſt rectangle, par 31. 3. les deux Triangles AOG, FOG, ſeront ſemblables, par 8. 6. & par 4. 6. la ligne GO, ou ſon égale GH, ſera moyenne proportionnelle entre les deux AG, GF; c'eſt pourquoi la raiſon de ces deux lignes AG, GF, ſera égale à celle des deux quarrez AG, GH, par Coroll. 20. 6. laquelle raiſon eſt la même que celle des Triangles ſemblables ADG, HIG, par 19. 6. & comme la raiſon des mêmes lignes AG, GF, eſt auſſi égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, par 1. 6. on conclud aiſément, que la raiſon des deux Triangles ADG, HIG, eſt égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, & que par conſequent le Triangle HIG, eſt égal au Triangle FDG; c'eſt pourquoi ſi de chacun on ôte le Triangle commun BCG, il reſtera le Trapeze BCIH, égal au Trapeze BCDF, ou à la moitié du Trapeze donné ABCD. D'où il ſuit que la droite HI, diviſe le Trapeze propoſé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

SCOLIE.

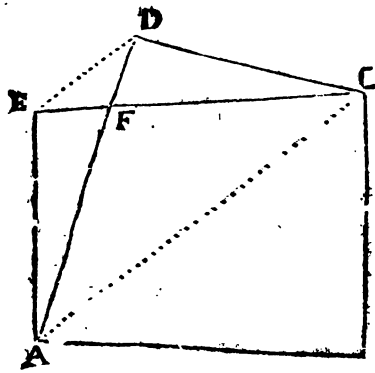
Ce Probléme ſe peut réſoudre autrement & aſſez facilement, pourvû que l'on ſçache réduire un Trapeze en Trapezoïde, & diviſer un Trapezoïde en deux également par une ligne parallele à l'un des deux côtez paralleles. Ce que nous enſeignerons ici briévement.

Pour réduire premierement le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, tirez de l'Angle A, au côté BC, la parallele AE, qui ſera finie en E, par la ligne DE, parallele à la Diagonale AC, & menez la

droite EC, & le Trapezoïde ABCE ſera égal au Trapeze propoſé ABCD.

Démonſtration.

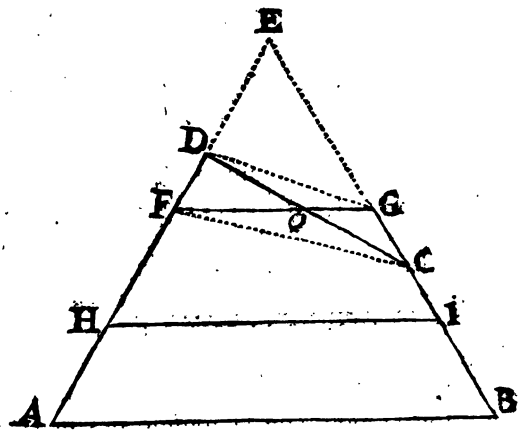
Car ſi des deux Triangles égaux AEC, ADC; par 37. 1. on ôte le Triangle commun AFC, on aura le Triangle AFE égal au Triangle CFD, & ſi à chacun de ces deux Triangles égaux AFE, CFD, on ajoûte le Trapeze ABCF, on aura le Trapezoïde ABCE, égal au Trapeze donné ABCD. Ce qu'il falloit faire & démontrer.



Bien que cette methode ſoit courte & facile, néanmoins elle ne ſe trouve pas propre pour nôtre deſſein, qui eſt de diviſer un Trapeze en deux également, parce que dans cette réduction il y a deux côtez qui changent. C'eſt pourquoi nous enſeignerons ici une autre methode pour réduire un Trapeze en Trapezoïde, en changeant ſeulement un côté.

Pour donc réduire le Trapeze ABCD, en Trapezoïde; prolongez les deux côtez AD, BC, juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en E, & coupez le côté AE en F, en ſorte que le côté BE ſoit au côté AE comme le Rectangle CED, au quarré EF, ce qui eſt facile. Aprés cela menez la droite CF, &

lui tirez par le point D, la parallele DG. Enfin menez la droite FG, qui ſera parallele au côté AB,



& le Trapezoïde ABGF ſera égal au Trapeze propoſé ABCD.

Démonſtration.

Car à cauſe des Triangles ſemblables EFC, EDG, le Rectangle FEG, ſera égal au Rectangle CED, & l'on pourra faire cette Analogie, FEG : : $\overline{EF}^2$: : CED, $\overline{EF}^2$, & à cauſe que EF eſt une hauteur commune aux deux premiers Rectangles, on pourra faire celle-ci EG, EF : : CED, $\overline{EF}^2$, & ſi au lieu des deux derniers termes CED, $\overline{EF}^2$, on met les deux lignes BE, AE, qui ſont en même raiſon par la conſtruction, on aura cette derniere Analogie, EG, EF : : BE, AE, laquelle fait connoître par 6. 6. que le petit Triangle EFG, eſt ſemblable au

grand EAB, & que par conſequent le côté FG eſt parallele au côté AB ; & qu'ainſi la figure ABGF eſt un Trapezoïde, lequel eſt égal au Trapeze propoſé ABCD, à cauſe de l'égalité des deux Triangle FDC, FGC, par 37. 1. deſquels ôtant le Triangle commun FOC, il reſtera le Triangle FOD égal au Triangle COG, c'eſt pourquoi ſi à chacun de ces deux Triangle égaux FOD, COG on ajoûte le Pentagone commun ABCOF, on aura le Trapeze ABCD égal au Trapezoïde ABGF. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Il ne reſte plus qu'à vous enſeigner la maniere de diviſer en deux également le Trapezoïde ABGF, par une ligne parallele au côté AB, ce qui ſe fera en cette ſorte.

Coupez le côté AE en H, en ſorte que le quarré EH, ſoit la moitié de la ſomme des deux EA, EF, & menez par le point H, à la ligne AB, la parallele HI, qui diviſera le Trapezoïde ABGF, & par conſequent le Trapeze propoſé ABCD, en deux également.

Démonſtration.

Car puiſque la ſomme des quarrez EA, EF eſt double du quarré EH, par la conſtruction, les trois quarrez EF, EH, EA, & par conſequent les Triangles ſemblables EFG, EHI, EAB, qui ſont en même raiſon, par 19. 6. ſeront en proportion arithmetique : c'eſt pourquoi l'excez du ſecond ſur le premier, ſçavoir le Trapeze HIGF, ſera égal à l'excez du troiſiéme ſur le ſecond, c'eſt-à-dire au Trapeze AB-IH. Ainſi la ligne HI diviſe en deux parties égales le Trapezoïde ABGF, & par conſequent le Trapeze propoſé ABCD. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

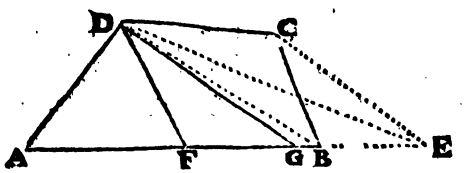
COROLLAIRE.

Il ſuit de la pratique de ce Probléme & du *Probléme VI* une maniere aiſée pour diviſer un Trapezoïde donné en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entre-elles.

PROBLEME XI.

Diviſer le Trapeze donné A B C D, *en trois parties égales, par deux lignes tirées de l'angle donné* D.

AYant tiré de l'angle C, à la Diagonale D B, la parallele C E qui rencontre le côté A B,

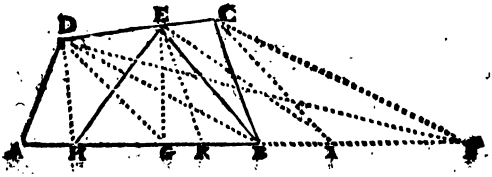


prolongé en E, diviſez la ligne A E, en trois parties égales aux points F, G, & menez les droites D F, D G, qui diviſeront le Trapeze propoſé A B C D, en trois parties égales, à cauſe du Triangle A D E, qui eſt égal au Trapeze A B C D, & qui eſt diviſé en trois également par les droites D F, D G, il faut prendre garde que le point G, ne doit pas paſſer au-delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux lignes tirées du point* E, *donné ſur le côté* CD.

AYant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CF, qui rencontre le côté AB



prolongé en F, faites AG, égale à un tiers de AF, & ayant tiré à la ligne GE la parallele DH, & à la ligne BE, la parallele CI, faites HK, égale à la moitié de HI, & menez les droites EH, EK, qui diviſeront le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales.

Démonſtration.

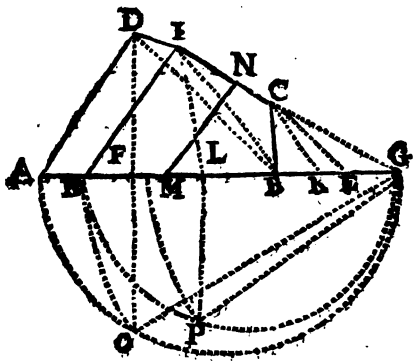
Car puiſque le Triangle ADF, eſt égal au Trapeze ABCD, & que le Triangle ADG, en eſt le tiers, par 1. 6. à cauſe de la baſe AG, égale au tiers de la baſe AF, par la conſtruction, le Trapeze ADEH, qui eſt égal au Triangle ADG, à cauſe de la Ligne EG parallele à la Diagonale DH, ſera auſſi le tiers du Trapeze ABCD : & parce que le Trapeze reſtant BCEH, ſe trouve diviſé en deux également par la droite EK, parce qu'elle diviſe en deux également le Triangle HEI, qui eſt

égal au Trapeze BCLH, il s'enſuit que les deux lignes E H, E K, diviſent le Trapeze propoſé A B C D, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XIII.

Diviſer le Trapeze donné A B C D, *en trois parties égales, par deux lignes paralleles au côté donné* A D.

AYant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre ici le côté AB



prolongé en E, & ayant fait A F égale au tiers de A E, prolongez le côté C D, juſques à ce qu'il rencontre le côté AB, prolongé en G, & cherchez entre A G, G F, une moyenne proportionnelle G H, & tirez par le point H, au côté A D, la parallele H I; Après cela tirez par le même point C, à la ligne I B, la parallele C K, & ayant diviſé H K, en deux également au point L, cherchez entre H G, G L,

une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M au même côté AD, la parallele MN, & le Trapeze proposé ABCD, se trouvera divisé en trois parties égales par les deux paralleles HI, MN.

Demonstration.

Car on démontrera comme dans le *Problême* X. que le Trapeze ADIH, est le tiers du proposé ABCD, & que la ligne MN, divise en deux également le Trapeze HBCI, qui est égal aux deux tiers du proposé ABCD. D'où il est aisé de conclure que les deux lignes HI, MN, divisent le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit & démontrer.

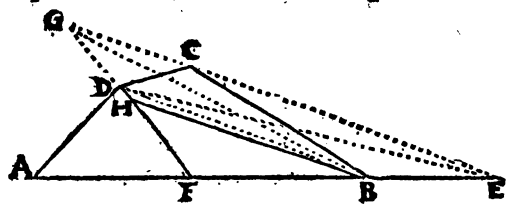
PROBLEME XIV.

Diviser le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux Angles opposez* B, D.

Ayant tiré de l'Angle C, à la diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre le côté AB, prolongé en E, faites AF égale à un tiers de AE, & menez la droite DF, laquelle étant prolongée rencontrera la parallele CE, aussi prolongée en G, & ayant divisé la ligne FG en deux également au point H, menez la droite BH, & les deux lignes DF, BH, diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales.

Démonſtration.

Car puiſque la baſe A F, du Triangle A D F, eſt le tiers de la baſe A E, du Triangle A D E, qui eſt égal au Trapeze A B C D, ce Triangle A D F ſera par 1. 6. le tiers du Triangle A D E, & par conſequent du Trapeze A B C D : & pareillement parce que la baſe F H, du Triangle F B H eſt la



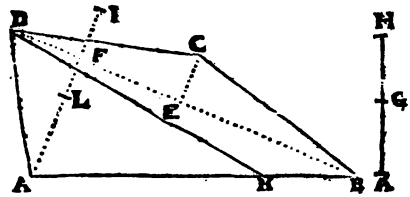
moitié de la baſe F G du Triangle F B G, qui eſt égal au Trapeze F B C D, ou aux deux tiers du Trapeze A B C D, ce Triangle F B H, eſt la moitié du Triangle F B G, ou du Trapeze F B C D, & par conſequent le tiers du Trapeze A B C D. D'où il ſuit que le Trapeze propoſé A B C D eſt diviſé en trois parties égales par les deux lignes D F, B H. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XV.

Diviſer le Trapeze donné A B C D, *en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle des deux lignes données* A G, G H.

AYant tiré des Angles A, G, ſur la Diagonale D B, les perpendiculaires A F, C E, & ayant prolongé A F, en I, en ſorte que F I, ſoit

égale à C E, diviſez A I en L, en ſorte que les quatre Lignes A H, A G, A I, A L, ſoient proportionnelles, & parce que le point L, tombe ici ſur



la perpendiculaire A F du Triangle A D B, diviſez ſon côté A B en M, en ſorte que les quatre Lignes A F, A L, A B, A M, ſoient proportionnelles, & menez la droite D M, qui diviſera le Trapeze propoſé A B C D, en deux parties A D M, B C D M, dont la raiſon eſt égale à celle des deux Lignes données A G, G H.

Démonſtration.

Car puiſque par 1. 6. le Triangle A D M eſt au Triangle B D M, comme A M à B M, en compoſant, le Triangle A D M ſera au Triangle A D B, comme A M à A B, ou comme A L à A F; & pareillement puiſque le Triangle A D B eſt au Triangle C D B, comme A F à C E, ou F I en compoſant, le Triangle A D B ſera au Trapeze A B C D, comme A F à A I, & ſi à la place du Triangle A D B, & de la Ligne A F, on met le Triangle A D M, & la Ligne A L, qui ſont en même raiſon, comme il vient d'être démontré, on connoîtra que le Triangle A D M eſt au Trapeze A B C D, comme A L à A I, c'eſt pourquoi en diviſant, le Triangle A D M eſt au Trapeze B C D M,

comme AL à LI, ou comme AG à GH. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

SCOLIE.

On voit aiſément que par le moyen de ce Probléme on peut retrancher d'un Trapeze donné telle partie que l'on voudra, & de plus réſoudre le Probléme VII. & diviſer un Trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME. XVI.

Retrancher d'un Trapeze donné une figure égale à une figure donnée.

SI l'on réduit en Triangle le Trapeze propoſé, comme nous avons fait dans pluſieurs Problémes de ce Chapitre, & que de ce Triangle on retranche une figure égale à la donnée par les preceptes du Chapitre précedent, le Probléme ſera réſolu.

Ou bien on conſiderera la raiſon de la figure donnée au Trapeze donné, & à l'aide du Probléme precedent on diviſera le Trapeze donné ſelon cette raiſon.

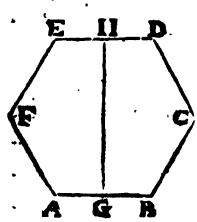
CHAPITRE III.

De la diviſion des Polygones.

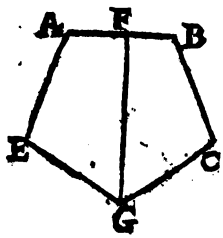
PROBLEME I.

Diviſer un Polygone regulier en deux également par une ligne tirée du milieu de l'un de ſes côtez.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt compoſé d'un nombre pair de côtez, comme l'Exagone A B C D E F, on diviſera deux de ſes côtez oppoſez & paralleles, comme A B, D E, chacun en deux également aux points G, H, par où l'on menera la droite G H, qui diviſera en deux parties égales l'Exagone propoſé A B C D E F.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt compoſé d'un nombre impair de côtez comme le Pentagone A B C G E, on diviſera l'un de ſes côtez comme A B, en deux également au point F, par où l'on tirera à l'Angle oppoſé G, la droite G F, qui diviſera le Pentagone propoſé A B C G E, en deux parties égales.



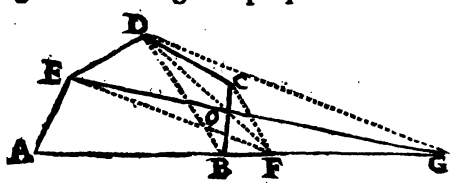
Nous ne donnons pas la démonſtration de ces deux pratiques, parce qu'elle eſt évidente, car on voit aiſément que chaque Polygone ſe trouve di-

viſé en deux Trapeze égaux, puiſque les Angles & les côtez de l'un ſont égaux aux Angles & aux côtez de l'autre.

LEMME

Réduire un Polygone propoſé, en Triangle.

POur réduire en Triangle un Polygone, comme par éxemple le Pentagone A B C D E, tirez à l'une de ſes Diagonales, comme à la Diagonale D B, par l'Angle voiſin C, la parallele C F, qui rencontre ici le côté oppoſé A B, prolongé en F, & menez la droite D F pour avoir le Trapeze A E D F, égal au Pentagone propoſé A B C D E, à cauſe du Triangle D O C egal au Triangle B O F, c'eſt pourquoi il n'y a qu'à réduire en Triangle ce Trapeze A E D F, ce qui ſe fera en tirant à ſa Diagonale E F par l'Angle D, la parallele D G, qui rencontre ici le côté A F prolongé en G, par où vous menerez la droite E G, & vous aurez le Triangle A E G, égal au Trapeze A E D F, ou au Pentagone propoſé A B C D E, à cauſe du Triangle E O D égal au Triangle F O G.



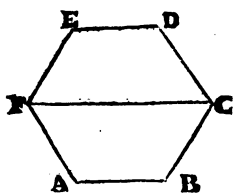
Ainſi vous voyez que l'on peut aiſément réduire en Triangle tel Polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toûjours réduire en une figure d'autant de côtez moins un, & cette autre figure en une autre d'autant de côtez moins un, & continuer ainſi juſques au Triangle. Comme ici de la

figure de cinq côtez A B C D E, nous en avons fait une de quatre A E D F, & de celle-ci une de trois A E G.

PROBLEME II.

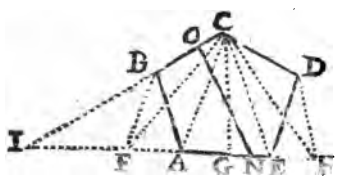
Diviſer un Polygone regulier en deux également par une ligne parallele à l'un de ſes côtez.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair comme l'Exagone A B C D E F, & qu'on le veuille diviſer en deux également par une ligne parallele au côté donné A B, on tirera cette ligne par les deux Angles F, C, qui ſont diametralement oppoſez & également éloignez du côté donné A B. La démonſtration en eſt trop claire pour en parler ici davantage.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt impair, comme le pentagone A B C D E, on le diviſera en deux également par une ligne parallele au côté donné A B, par une methode qui convient à toute ſorte de Polygones, comme vous allez voir.

Ayant réduit par le Lemme précedent, le Pentagone propoſé A B C D E, au Triangle F C H, comme ici par le moyen des deux lignes B F, D H, paralleles aux deux Diagonales C A, C E, diviſez la baſe F H en deux également au point G, & menez la droite C G, pour avoir le



Triangle F C G égal à la moitié du Triangle F C H, ou du Pentagone proposé A B C D E. Tirez ensuite par le point C, au côté donné A B une ligne parallele, qui se trouve ici la même que la Diagonale C E, parce que le Pentagone proposé A B C D E, est regulier. Ainsi cette parallele donnera sur le côté A E prolongé quand il en sera besoin, le point E, & le côté B C, prolongé donnera sur le même côté A E, aussi prolongé le point I. C'est pourquoi vous chercherez entre les lignes I E, I G, une moyenne proportionnelle I N, & vous tirerez par le point N, au côté donné A B, la parallele N O, qui divisera le Pentagone proposé A B C D E, en deux parties égales.

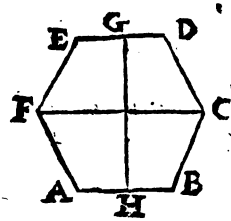
Demonstration.

Car à cause des Triangles semblables I C E, I O N, on connoît par 19. 6. que la raison du Triangle I C E, au Triangle I O N, est égale à celle du quarré I E, au quarré I N, & si à la place des deux quarrez I E, I N, on met les deux lignes I E, I G, qui sont en même raison, à cause des trois proportionnelles I E, I N, I G, & encore si à la place des deux lignes I E, I G, on met les deux Triangles, I C E, I C G, qui sont en même raison par 1. 6. on connoîtra que la raison du Triangle I C E, au Triangle I O N, est égale à celle du Triangle I C E, au Triangle I C G, & que par consequent le Triangle I C G est égal au Triangle I O N, & si de chacun on ôte le Triangle commun I B A, il restera le Trapeze A B C G, égal au Trapeze A B O N, c'est-à-dire au Triangle F C G, ou à la moitié du Pentagone proposé A B C D E.

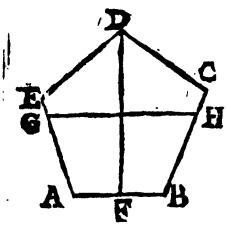
PROBLEME III.

Diviſer un Polygone regulier en quatre parties égales par deux lignes perpendiculaires entre-elles.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair ; comme l'Exagone A B C D E F, diviſez deux de ſes côtez oppoſez & paralleles, comme A B, D E, chacun en deux également aux points G, H, & menez la droite G H, & le Diametre C F. Il eſt évident que ces deux lignes C F, G H, ſont perpendiculaires entre-elles, & qu'elles diviſent l'Exagone propoſé A B C D E F, en quatre parties égales.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt impair, comme le Pentagone A B C D E, diviſez l'un de ſes côtez, comme A B, en deux également au point F, par lequel vous tirerez à l'Angle oppoſé D, la droite D F, qui ſera perpendiculaire au même côté A B, & diviſera le Pentagone propoſé A B C D E en deux parties égales.



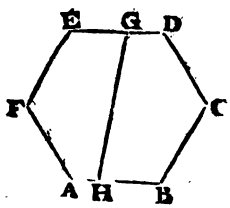
Aprés cela diviſez par le Probléme II. le même Pentagone A B C D E en deux également par la droite G H, parallele au même côté A B, ce qui fera que cette parallele G H ſera perpendiculaire à la ligne D F, & que ces deux perpendiculaires D F, G H, diviſeront le Pentagone propoſé A B C D E, en quatre parties égales.

PRO-

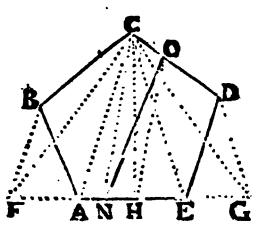
PROBLEME IV.

Diviſer un Polygone regulier en deux également ; par une ligne tirée d'un point donné ſur l'un de ſes côtez.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair, comme l'Exagone A B C D E F, & qu'il le faille diviſer en deux également par une ligne tirée du point donné G, ſur le côté D E, prenez ſur le côté parallele A B, depuis l'Angle A oppoſé à l'Angle D, la ligne A H égale à la ligne D G, ou depuis l'Angle B oppoſé à l'Angle E, la ligne B H égale à la ligne E H, & menez la droite G H qui diviſera le Polygone propoſé A B C D E F, en deux parties égales, comme il eſt aiſé à démontrer.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt impait, comme le Pentagone A B C D E, & qu'on le veüille diviſer en deux également par une ligne tirée du point donné O, ſur le côté donné C D, ſuivez cette regle générale pour toute ſorte de Polygones.



Ayant réduit le Pentagone propoſé A B C D E, au Triangle F C G, & ayant diviſé ſa baſe F G, en deux également au point H, tirez les lignes H C, H O, & à la ligne H O la parallele C N, qui don-

nera sur la base A E, le point N, par où tirant au point donné O, la droite N O, elle divisera le Polygone proposé A B C D E, en deux parties égales.

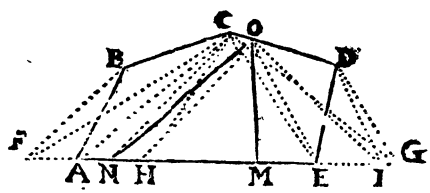
Démonstration.

Car il est évident que le Pentagone A B C O N, est égal au Triangle F C H, à cause de la ligne O H, parallele à la Diagonale C N, & de la ligne B F parallele à l'autre Diagonale C A : & parce que le Triangle F C H, est la moitié du Triangle F C G, ou du Pentagone proposé A B C D E, il s'ensuit que le Pentagone A B C O N est aussi la moitié du proposé A B C D E, & qu'ainsi le Pentagone proposé A B C D E est divisé en deux également par la droite N O. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviser le Polygone donné A B C D E *en trois parties égales, par deux lignes tirées du point donné* O, *sur le côté donné* C D.

AYant réduit le Polygone proposé A B C D E au Triangle F C G, & ayant fait F H, égale



au tiers de F G ; menez les droites H O, H C, & tirez à la droite H O, par le point C, la parallele

CN, qui donnera sur la base AE, le point N, par lequel & par le point donné O, vous menerez la droite NO.

Aprés cela réduisez la figure NEDO au Triangle NOI, & ayant divisé sa base NI, en deux également au point M, menez par ce point M, au point donné O, la droite OM, laquelle avec la précédente ON, on divisera le Polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

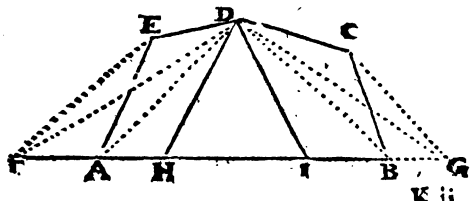
Démonstration.

Car on démontrera comme dans le Problême précedent, que le Pentagone ABCON est le tiers du proposé ABCDE, & que le Triangle NOM est la moitié du Trapeze NEDO; D'où l'on conclud aisément que les deux lignes OM, ON, divisent le Polygone proposé ABCDE, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VI.

Diviser en trois parties égales le Polygone donné ABCDE, *par deux lignes tirées de l'Angle donné* D.

AYant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle FDG, divisez sa base FG en



trois parties égales aux points H, I, & menez les deux lignes DH, DI, qui diviſeront le Polygone propoſé ABCDE, en trois parties égales.

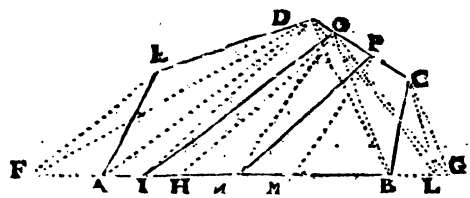
Démanſtration.

Car on démontrera comme auparavant, que le Trapeze AEDH, eſt le tiers du Polygone propoſé ABCDE, & comme le Triangle HDI en eſt auſſi le tiers, il s'enſuit que le Polygone propoſé ABCDE ſe trouve diviſé en trois parties égales par les deux lignes DH, DI. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VII.

Diviſer le Polygone donné ABCDE, *en trois parties égales, par deux lignes tirées des deux points* O, P, *donnez ſur le côté* CD.

AYant réduit le Polygone propoſé ABCDE au Triangle FDG, & ayant fait FH, éga-



le au tiers de la baſe FG, tirez par le point D, à la ligne HO, la parallele DI, & menez la droite OI. De même ayant réduit le Trapeze IBCO au Triangle IOL, & ayant diviſé la baſe IL en deux

également au point M, tirez à la ligne MP, par le point O, la parallele ON, & menez la droite PN, & le Polygone proposé ABCDE, se trouvera divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN.

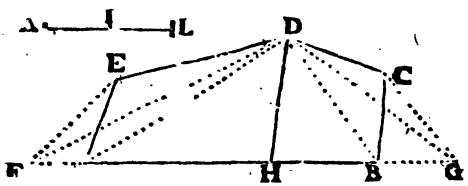
Démonstration.

Car on démontrera comme dans le Probléme IV. que le Pentagone AEDOI, est le tiers du proposé ABCDE, & que le Trapeze IOPN, est la moitié du Trapeze IBCO, & par consequent égal au tiers du Polygone proposé ABCDE, & que par consequent le Trapeze restant NBCP, est aussi le tiers du même Polygone ABCDE; D'où il suit que ce Polygone ABCDE, est divisé en trois parties égales par les deux lignes OI, PN.

PROBLEME VIII.

Diviser le Polygone donné ABCDE, *en deux parties dans la raison des deux lignes données* AI, IL, *par une ligne tirée de l'Angle donné* D.

AYant réduit le Polygone proposé ABCDE, au Triangle FDG, divisez sa base FG dan



la raison donnée AI, IL, au point H, ensorte que